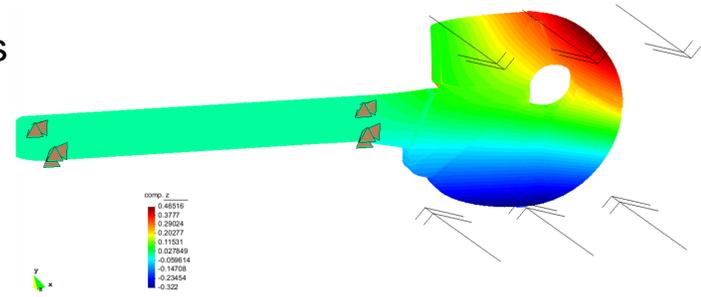


# Isogeometrische Analyse mit Bernstein-Polynomen

Benjamin Maier

## Motivation

- Für den B-Operator und für den Vektor der Knotenlasten müssen für jedes Element NURBS-Ansatzfunktionen an Gaußpunkten ausgewertet werden
- Dies ist für den größten Teil der Berechnungsdauer verantwortlich
- Idee: Stattdessen einmal auswerten und immer wiederverwenden



Beispielhafte Anwendung der Isogeometrischen Analyse

## Verfahren

### Herleitung:

- Knots einfügen, bis jeder Knot  $p$ -fach vorkommt
- Es entstehen pro Element Bernstein-Polynome

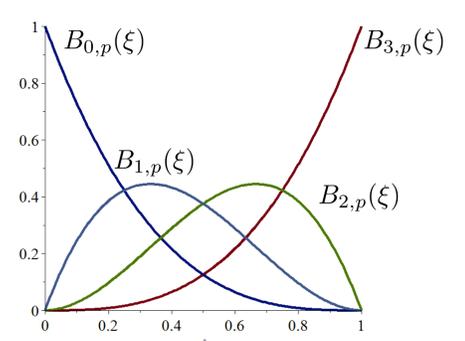
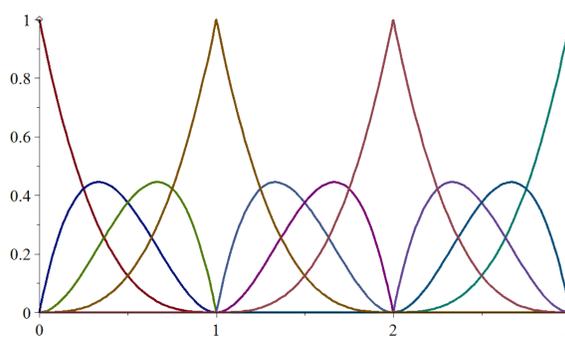
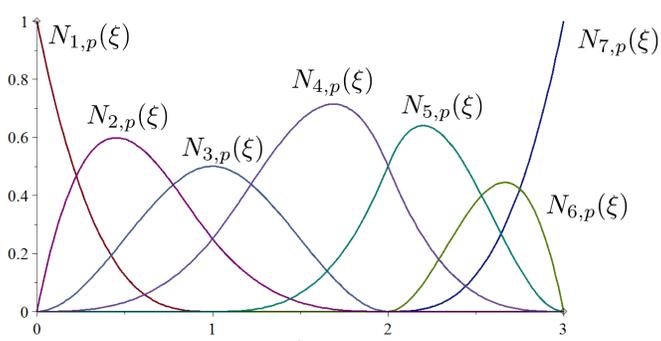
B-Spline-Ansatzfunktionen für  $\Xi = \{0, 0, 0, 0, 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3\}$

Knoteinfügung

B-Spline-Ansatzfunktionen für  $\Xi = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3\}$

elementweise

Bernstein-Polynome vom Grad  $p$



### Praktische Anwendung:

Die B-Spline-Ansatzfunktionen  $\mathbf{N}^e$  für ein Element lassen sich aus Bernstein-Polynomen  $\mathbf{B}^e$  und dem jeweiligen Bézier-Extraktionsoperator  $\mathbf{C}^e$  berechnen:

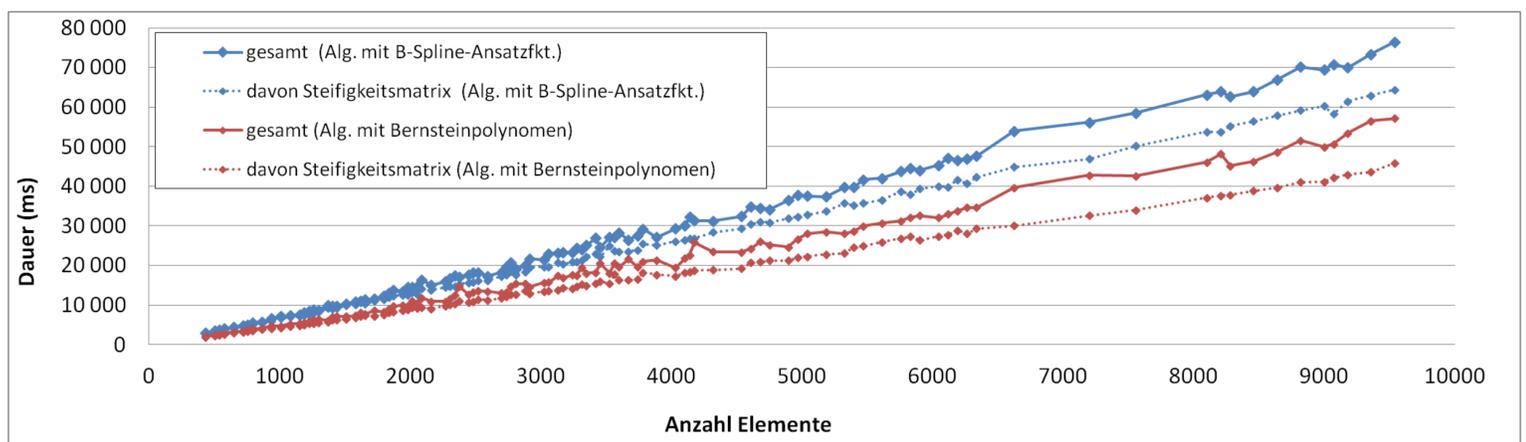
$$\mathbf{N}^e = \mathbf{C}^e \mathbf{B}^e$$

Beispiel für das Element [1,2]: 
$$\mathbf{N}^e = \begin{pmatrix} N_{2,p}(\xi) \\ \vdots \\ N_{5,p}(\xi) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}^e = \begin{pmatrix} B_{0,p}(\xi) \\ \vdots \\ B_{3,p}(\xi) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}^e = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Der Extraktionsoperator beinhaltet die Knoteinfügung und kann aus dem Knotenvektor bestimmt werden.

## Auswertung

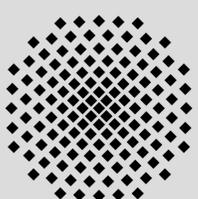
Der Vergleich der Laufzeiten dieses Verfahrens mit dem Standardverfahren zeigt eine Verkürzung der Berechnungsdauer um 25-35%.



Laufzeitvergleich für eine 3D-Geometrie. Die roten Kurven entsprechen dem vorgestellten Verfahren.

### Literatur:

- Borden, Michael J.; Scott, Michael A.; Evans, John A.; Hughes, Thomas J. R.: *Isogeometric finite element data structures based on Bézier extraction of NURBS*, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 87 (2011),
- Piegl, Les A.; Tiller, Wayne: *The NURBS book*. 2. ed. Berlin : Springer, 1997.



Institut für Baustatik und Baudynamik  
Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff

