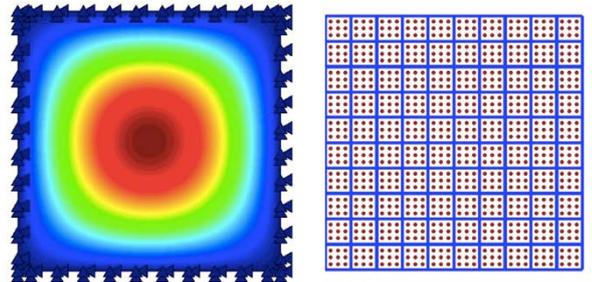


# Effiziente Quadraturregeln für isogeometrische finite Elemente

Alexander Müller

## Motivation

- Höhere Kontinuitäten zwischen den Elementen lassen weniger Integrationspunkte zu
- Gauss-Integration in der IGA ineffizient

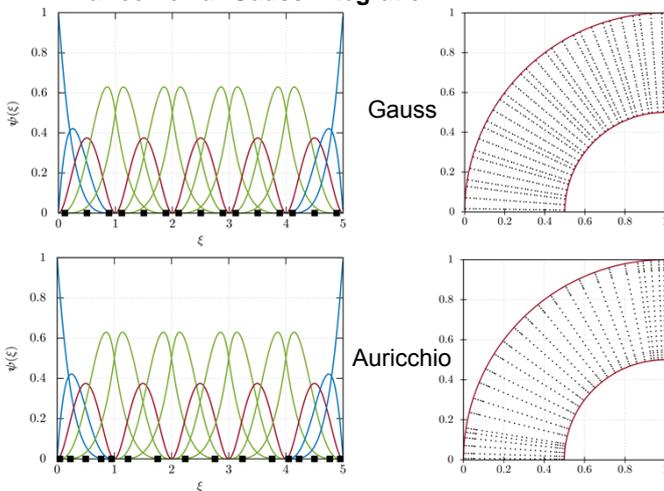


Verschiebungslösung einer Platte mit biquadratischen Ansätzen und die zugehörigen Gausspunkte

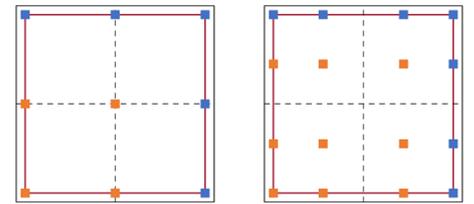
## Lösung des Problems

Vereinfachungen: Reduktion auf 1D Fall; Vernachlässigung der Anteile der Jacobi-Matrix und der NURBS Gewichtungsfunktion

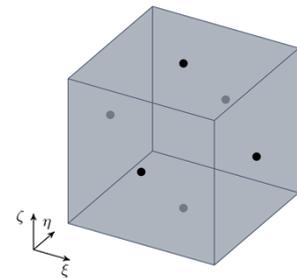
Vergleich der neuen exakten Integrationsregel von Auricchio zur Gauss-Integration:



Reduzierte Integrationsregeln:



Gauss-Lobatto-Regel



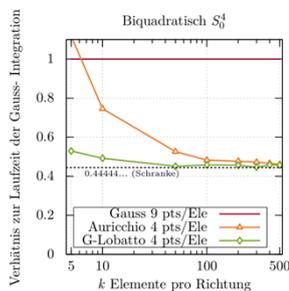
Face-rule

Integrationspunkte und B-Spline Basisfunktionen für den Fall  $S_1^4$

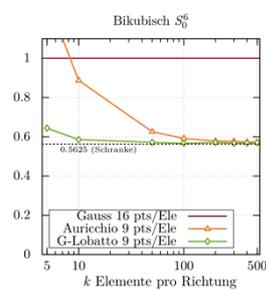
Gleichungssystem der Berechnung der inneren Integrationspunkte (Auricchio):

$$\sum_{l=1}^{m^I} w_l^I \psi_j^{(i)}(x_l^I + (i-1)) = \int_{i-1}^i \psi_j^{(i)}(x) dx \quad \sum_{l=1}^{m^I} w_l^I [\psi_j^{(i,i+1)}(x_l^I + (i-1)) + \psi_j^{(i,i+1)}(x_l^I + i)] = \int_{i-1}^i \psi_j^{(i,i+1)}(x) dx$$

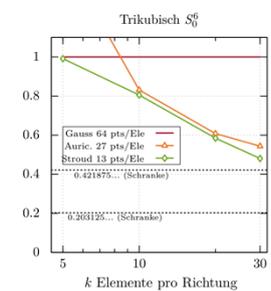
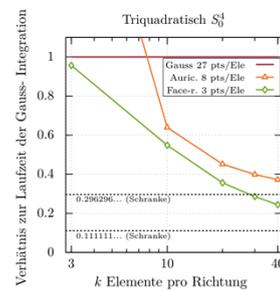
## Zeitgewinn der verschiedenen Regeln im Vergleich zur Gauss-Integration



Zeitgewinn der zweidimensionalen Regeln

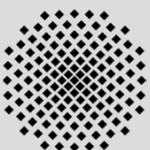


Zeitgewinn der dreidimensionalen Regeln



## Literatur:

- Schillinger, Dominik; Hossain, Shaikh J.; Hughes, Thomas J.: Reduced Bézier element quadrature rules for quadratic and cubic splines in isogeometric analysis. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 277 (2014), Nr. 0, S. 1 – 45.
- Auricchio, F.; Calabrò, F.; Hughes, T.J.R.; Reali, A.; Sangalli, G.: A simple algorithm for obtaining nearly optimal quadrature rules for NURBS-based isogeometric analysis. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 249–252 (2012), Nr. 0, S. 15 – 27.



Institut für Baustatik und Baudynamik  
Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff

