

Ebene Systeme mit Belastung senkrecht zur Ebene

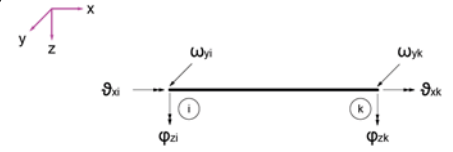
Selma Topay

Motivation/Problemstellung

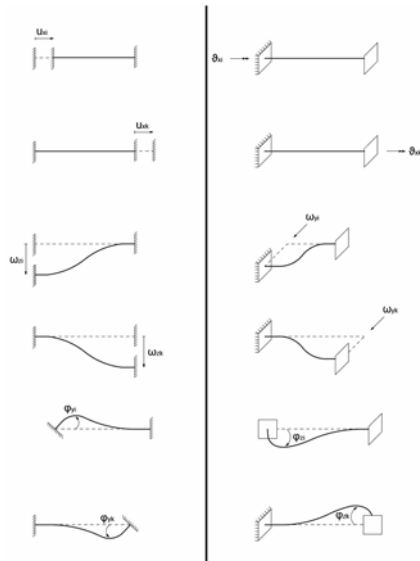


Ebenes System mit Belastung senkrecht zur Ebene

- Aufbereitung der Direkten Steifigkeitsmethode für ebene Stabtragwerke mit Belastung senkrecht zur Ebene
- Implementierung einer Berechnungsroutine in Maple



Stabendverschiebungen bei senkrechter Belastung



Gegenüberstellung der Lastfälle

- Ausnutzung der Analogie des senkrechten Belastungsfalls zum ebenen Belastungsfall
- Herleitung der Elementsteifigkeitsmatrix anhand der Grundformeln des Verschiebungsgrößenverfahrens

Belastung in der Ebene:

$$V_{z,i} = \frac{12EI_y}{l^3} \cdot \omega_{z,i}$$

Belastung senkrecht zur Ebene:

$$V_{y,i} = \frac{12EI_z}{l^3} \cdot \omega_{y,i}$$

- Verschiebungsfiguren sind sehr ähnlich
- Ely wird zu Elz
- Vz wird zu Vy

Direkte Steifigkeitsmethode

$$K_L^{\perp} = \begin{bmatrix} \frac{GI_T}{l} & 0 & 0 & -\frac{GI_T}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & \frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} \\ -\frac{GI_T}{l} & 0 & 0 & \frac{GI_T}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} \end{bmatrix}$$

Elementsteifigkeitsmatrix für ebene Systeme mit senkrechter Belastung

$$K_{ij} \rightarrow K_{ij} + k_{ID[i,e],ID[j,e]}^c$$

$$F = F^K + F^E$$

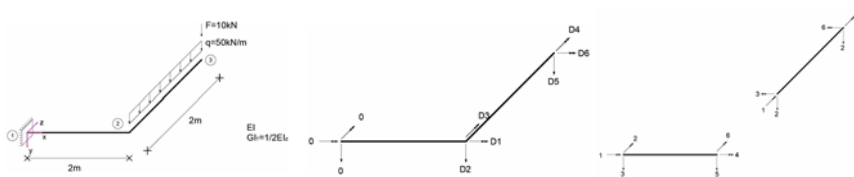
$$K \cdot D = F$$

$$\rightarrow D = K^{-1} \cdot F$$

$$S_L^d = \underbrace{(K_L \cdot a)}_{\text{aus Verschiebungen}} \cdot d_G + \underbrace{S_L^0}_{\text{aus Elementbelastungen}}$$

Beispiele

Berechnung eines ebenen Tragwerks mit senkrechter Belastung mittels der Direkten Steifigkeitsmethode



$$K \cdot D = F$$

$$\rightarrow D = K^{-1} \cdot F$$

$$\begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ D^3 \\ D^4 \\ D^5 \\ D^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -480 \\ 293,7 \\ 220 \\ 220 \\ 1378,2 \\ -566,7 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{EI_z}$$

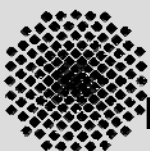
Schnittgrößen:

$$\text{Element 1} \rightarrow \begin{bmatrix} M_{T,i} \\ V_{y,i} \\ M_{z,i} \\ M_{T,k} \\ V_{y,k} \\ M_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -120 \text{ kNm} \\ 110,6 \text{ kN} \\ 220,6 \text{ kNm} \\ -120 \text{ kNm} \\ 110,6 \text{ kN} \\ -0,6 \text{ kNm} \end{bmatrix}$$

$$\text{Element 2} \rightarrow \begin{bmatrix} M_{T,i} \\ V_{y,i} \\ M_{z,i} \\ M_{T,k} \\ V_{y,k} \\ M_{z,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 110 \text{ kN} \\ 117 \text{ kNm} \\ 0 \\ 7 \text{ kN} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Literatur:

- Ekkehard Ramm, M.Bischoff: *Baustatik 2*. 2012
- Novak, Euler, Kuhlmann: *Einwirkung Widerstand Tragwerk*. 2012
- Gross, Schröder, Wall: *Technische Mechanik 1*. 2008



Institut für Baustatik und Baudynamik
Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff

