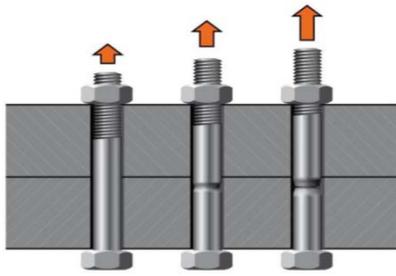


Elastisch-plastische Materialgesetze

Rafael Paepcke



Quelle: www.mtu.com

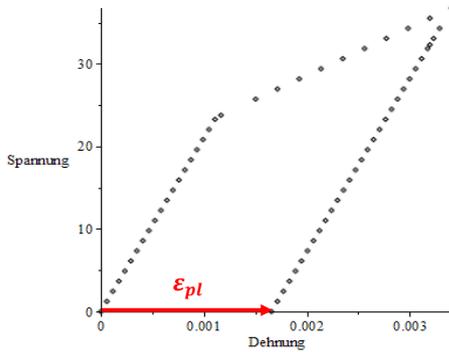
Elastizität, Plastizität und Verfestigung

Motivation/Problemstellung

- Formulierung von Gesetzmäßigkeiten welche isotropes Material beschreiben.
- Elastizitäts- und Plastizitätstheorie
- Computerorientierte Materialmodelle

Eindimensionales Materialmodell

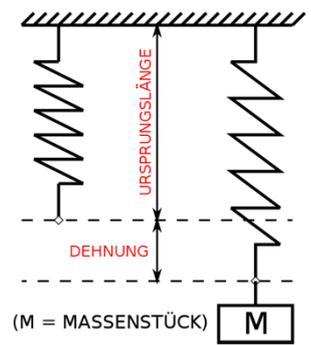
Spannungs-Dehnungs-Diagramm der Stütze



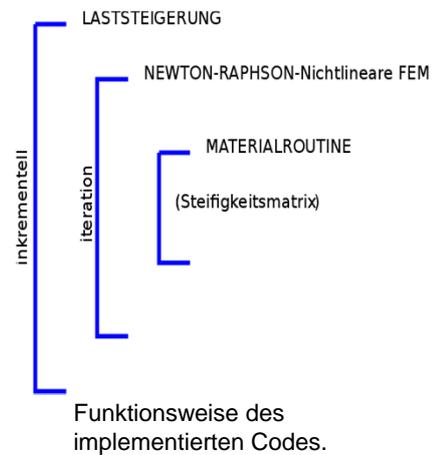
Idealisierte Lösung eines elastisch-plastischen Verhaltens für Belastung und Lastabnahme.

- Implementierung eines **Return Mapping Algorithmus** in der Umgebung MAPLE
- Pseudocodes für **isotrope** und **kinematische** Verfestigung umsetzen.
- Elastische Gerade wird über das Elastizitätsgesetz modelliert. Änderung der Materialsteifigkeit tritt nach Überschreitung der Fließgrenze σ_Y auf.
- Bei Entlastung im plastischen Bereich weist Material erneut elastisches Verhalten auf.
- Irreversible plastische Deformation ϵ_{pl} kann über Materialmodell lokalisiert werden.
- Modell ist auf unterschiedliche baustatische Systeme anwendbar.

UNTERSUCHUNG DER ELASTIZITÄT



(M = MASSENSTÜCK) Beschreibung der Elastizität nach Robert Hooke (1635-1703)



Materialgesetze

Linear elastisch, plastisch, isotrope und kinematische Verfestigung.

$$\begin{aligned}\epsilon_{11} &= \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] + \alpha_T \Delta T \\ \epsilon_{22} &= \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{33} + \sigma_{11})] + \alpha_T \Delta T \\ \epsilon_{33} &= \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})] + \alpha_T \Delta T\end{aligned}$$

(ELASTIZITÄT: Im dreidimensionalen Raum)

$$f(\sigma_1, \sigma_2) = 0$$

PLASTIZITÄT: Fließbedingung.

$$\sigma_F = R_p + H \cdot \epsilon_V^{(pl)}$$

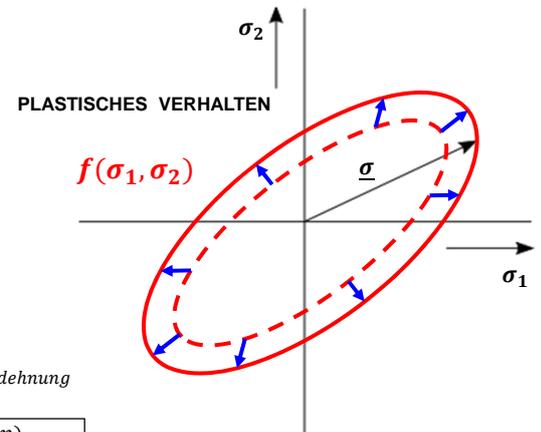
PLASTIZITÄT: Lineares isotropes Verfestigungsgesetz.

H: Verfestigungskoeffizient $\epsilon_V^{(pl)}$: Vergleichsdehnung
 R_p : Dehngrenze

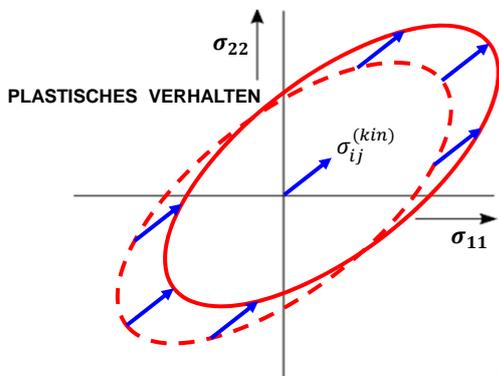
$$\underline{\underline{\dot{\sigma}^{(kin)}}} = C \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}_V^{(pl)}}} \cdot \frac{\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\sigma}}^{(kin)}}{\sigma_0}$$

PLASTIZITÄT: Kinematische Verfestigung.

C: Verfestigungsparameter $\dot{\epsilon}_V^{(pl)}$: Vergleichsdehnrates
 σ_0 : Bezugsspannung

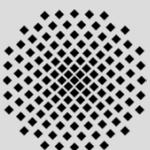


Berührt der Spannungszustand $\underline{\underline{\sigma}}$ die Fließfläche, so beginnt das Material mit dem Fließvorgang. Bei einer **isotropen Verfestigung** weitet sich die Fließfläche auf. (Gestrichelte Linie = Ursprungsform)



Kinematische Verfestigung → Verschiebung der Fließfläche. Darstellung im Hauptspannungsraum nicht möglich weil Material anisotrop wird.

Literatur: RÖSLER, HARDERS und BÄKER 2012. *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*. 2012, Springer Verlag.



Institut für Baustatik und Baudynamik
 Prof. Dr.-Ing. habil. Manfred Bischoff

