

Problemstellung

Dynamische Analyse von Tragwerken in der Ebene unter Verwendung der Timoshenko-Theorie und Berücksichtigung von materiellen Nichtlinearitäten.

Zentrale Differenzenverfahren

Direkte Lösung der Bewegungsdifferentialgleichung
Keine Modale Analyse nötig
Richtige Lösung → Sehr kleine Zeitschritte → Berechnungsdauer
Falls $\Delta t > \Delta t_{krit}$ keine Lösung

$$\Delta t_{krit} = \frac{2}{\omega_{max}} \leq \min\left(\frac{l_e}{c_e}\right)$$

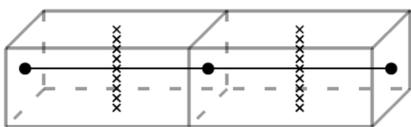
1. $f_n = f_n^{ext} - f_n^{int}$
2. $a_n = M^{-1} f_n$
3. $v_{n+1/2} = v_{n-1/2} + \Delta t a_n$
4. $d_{n+1} = d_n + \Delta t v_{n+1/2}$

Timoshenko Element

- Vermeidung von Querschublocking durch reduzierte Integration der Steifigkeitsmatrix
- Berechnung der konzentrierten Massenmatrix aus der konsistenten Massenmatrix (row-sum-lumping)

Erweiterung des Elements

Idee: Berechnung der Dehnungen und Spannungen an Integrationspunkten mithilfe der Knotenverschiebungen.

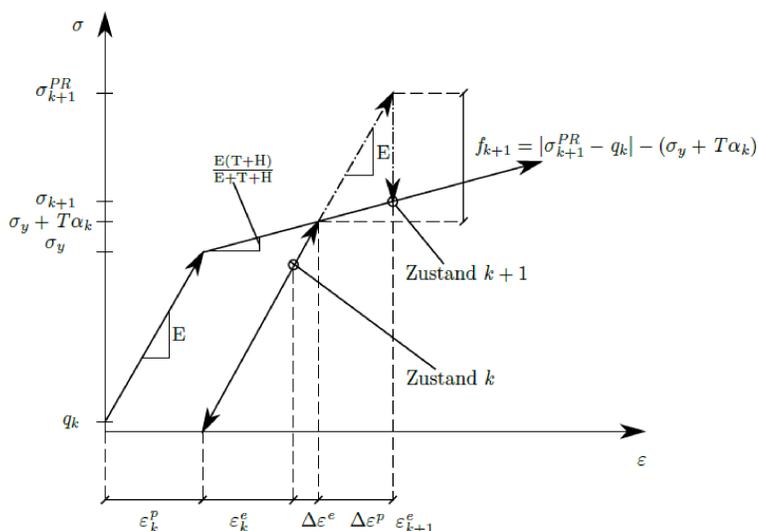


$$\epsilon = B d_e$$

$$f_e^{int} = \int B^T \sigma dV$$

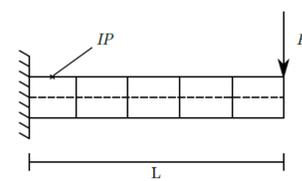
Lineare Plastizitätsmodelle

- Ideale Plastizität
- Plastizität mit isotroper Verfestigung
- Plastizität mit kinematischer Verfestigung

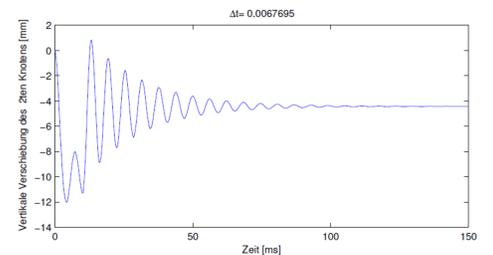


Plastizität mit kinematischer Verfestigung, Return Mapping Algorithmus

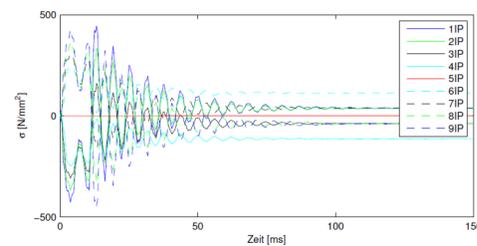
Numerisches Beispiel



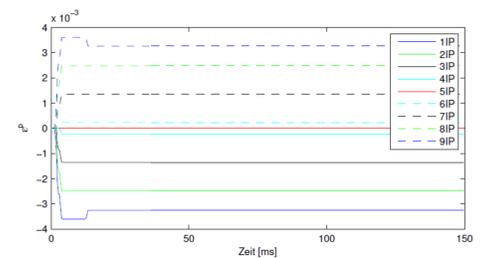
System und Belastung



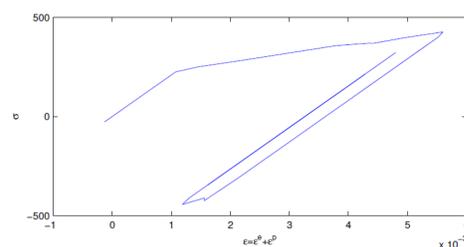
Verschiebungsverlauf des freien Endes



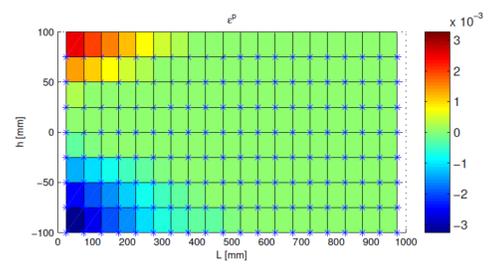
Spannungsverlauf für das Element an der Einspannung



Plastische Dehnungen mit der Zeit für das Element an der Einspannung



Spannungs- Dehnungsdiagramm bei isotroper Verfestigung



Plastische Dehnungen für t=150 ms

Literatur

- Belytschko, T.; Liu, W.K.; Moran, B.; Elkhodary, K.: *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley, 2013
- Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.: *The Finite Element Method Set*. Elsevier Science, 2005
- Bonet, J.; Wood, R.D.: *Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis*. Cambridge University Press, 2008