



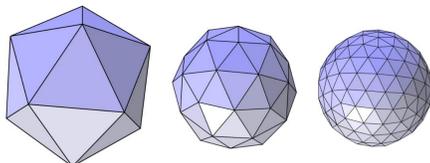
Entwicklung finiter Plattenelemente basierend auf Subdivision Surfaces

Motivation

Durch die direkte Nutzung von Basisfunktionen, die zur mathematischen Geometriebeschreibung in Zeichenprogrammen genutzt werden, als Formfunktionen für die Finite Elemente Methode wird das isoparametrische Konzept der FEM auf eine Isogeometrische Analyse (IGA) erweitert. Anstatt der bisher in der IGA üblichen NURBS werden Formfunktionen basierend auf Subdivision Surfaces zur Diskretisierung für vier verschiedene Plattenelemente verwendet. Die entwickelten Elementtypen werden in MATLAB implementiert und an numerischen Beispielen getestet.

Subdivision Surfaces

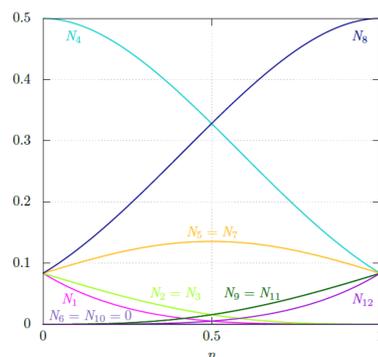
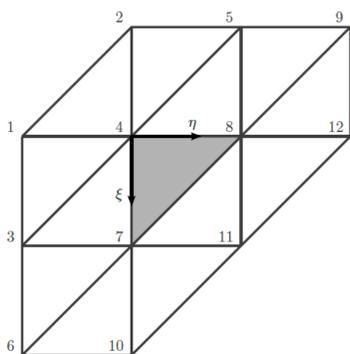
Subdivision Surfaces (dt. „Unterteilungsflächen“) sind C^1 -kontinuierliche Flächen, die entstehen, wenn ein grobes Ausgangsnetz unendlich oft nach einem bestimmten Verfeinerungsschema unterteilt wird. Die meisten Flächen, die über approximierende Schemata erzeugt werden, besitzen eine direkte Darstellung über Spline-Basisfunktionen. Interpolierende Schemata besitzen diese dagegen nicht.



Verfeinerung eines Ikosaeders mithilfe des Loop-Algorithmus

Quelle: [Führmann, Wikimedia Commons, CC BY-SA 3.0] <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=7476233>

Das hier verwendete approximierende Schema von Charles Loop basiert auf Dreiecksnetzen und erzeugt im Unendlichen Flächen, die auch über reguläre Patches aus 12 quartischen Box-Spline-Basisfunktionen beschrieben werden können. Diese werden als Formfunktionen für die Diskretisierung der Plattenelemente verwendet.



Reguläres Patch mit 12 Kontrollpunkten und Visualisierung der 12 Box-Splines auf dem Elementrand $\xi=0$

Literatur

Oesterle, B., Sachse, R., Ramm, E., Bischoff, M.: Hierarchic isogeometric large rotation shell elements including linearized transverse shear parametrization, in: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 321 (2017), S. 383–405

Cirak, F., Ortiz, M., Schroder, P.: Subdivision surfaces: a new paradigm for thin-shell finite-element analysis. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 47 (2000), Nr. 12, S. 2039–2072

<https://www.ibb.uni-stuttgart.de>

Plattenelemente

Die entwickelten Plattenelemente sind wie folgt charakterisiert:

Element v	schubstarr nach Kirchhoff
Element v- φ	schubweich und Querschublocking-behaftet nach Reissner/Mindlin
Element v-y	schubweich und Querschublocking-frei nach Echter u.a. (2013)
Element v- v_s	schubweich und Querschublocking-frei nach Oesterle u.a. (2017)

Sie unterscheiden sich in der Formulierung der kinematischen Gleichungen.

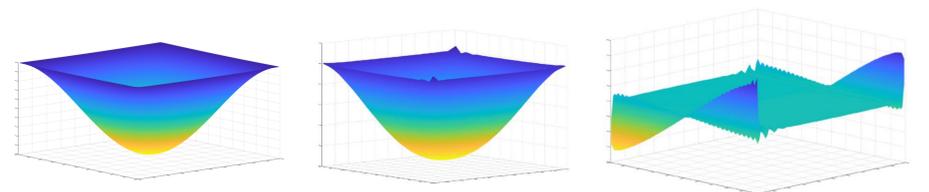
$$\begin{aligned} \gamma_x &= \frac{\partial v_{s_x}}{\partial x} \\ \gamma_y &= \frac{\partial v_{s_y}}{\partial y} \\ \varphi_x &= \frac{\partial(v - v_{s_y})}{\partial y} \\ \varphi_y &= -\frac{\partial(v - v_{s_x})}{\partial x} \end{aligned} \rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\varepsilon}} = \sum_{i=1}^{12} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ -\frac{\partial^2 N_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 N_i}{\partial x^2} & 0 \\ -\frac{\partial^2 N_i}{\partial y^2} & 0 & \frac{\partial^2 N_i}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 N_i}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 N_i}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 N_i}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_i} \underbrace{\begin{bmatrix} v \\ v_{s_x i} \\ v_{s_y i} \end{bmatrix}}_{\mathbf{d}_i}$$

Kinematik und B-Operator des Elements v- v_s

Numerische Beispiele

Ergebnisse:

- gutes und schnelles Konvergenzverhalten aller Elemente
- glatte und plausible Verschiebungs- und Schnittkraftverläufe
- auffällige Abweichungen von Referenzergebnissen in Ecken mit asymmetrischem Auftreten bei schubweichen Elementen



Verschiebungs-, Momenten- und Querkraftverlauf einer allseitig gelenkig gelagerten Platte berechnet mit Element v- v_s

Betreuung: M.Sc. Simon Bieber
& Dipl.-Ing. Bastian Oesterle