

## Aufgabenstellung

Die numerische Lösung strukturmechanischer Probleme mit der klassischen Finite-Elemente-Methode (FEM) kann Probleme bereiten. Insbesondere kommt es vor, dass die Approximationsqualität der Lösung von einem kritischen Parameter abhängt und die Elemente sich zu steif verhalten (Locking). Im Falle von volumetrischem Locking kann der Kompressionsmodul als kritischer Parameter identifiziert werden. Dieser wird für eine Querdehnzahl von 0.5 unendlich groß. Bei finiten Elementen, die nicht frei von Locking sind, werden dann die Verschiebungen deutlich unterschätzt und es treten Spannungsoszillationen auf.

Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung von volumetrischem Locking bei linear elastische 2D Problemen. Zudem sollen *ausgewählte* lockingfreie Methoden, wie z. B. reduzierte Integration, in eine bestehende Matlab FEM-Umgebung implementiert werden.

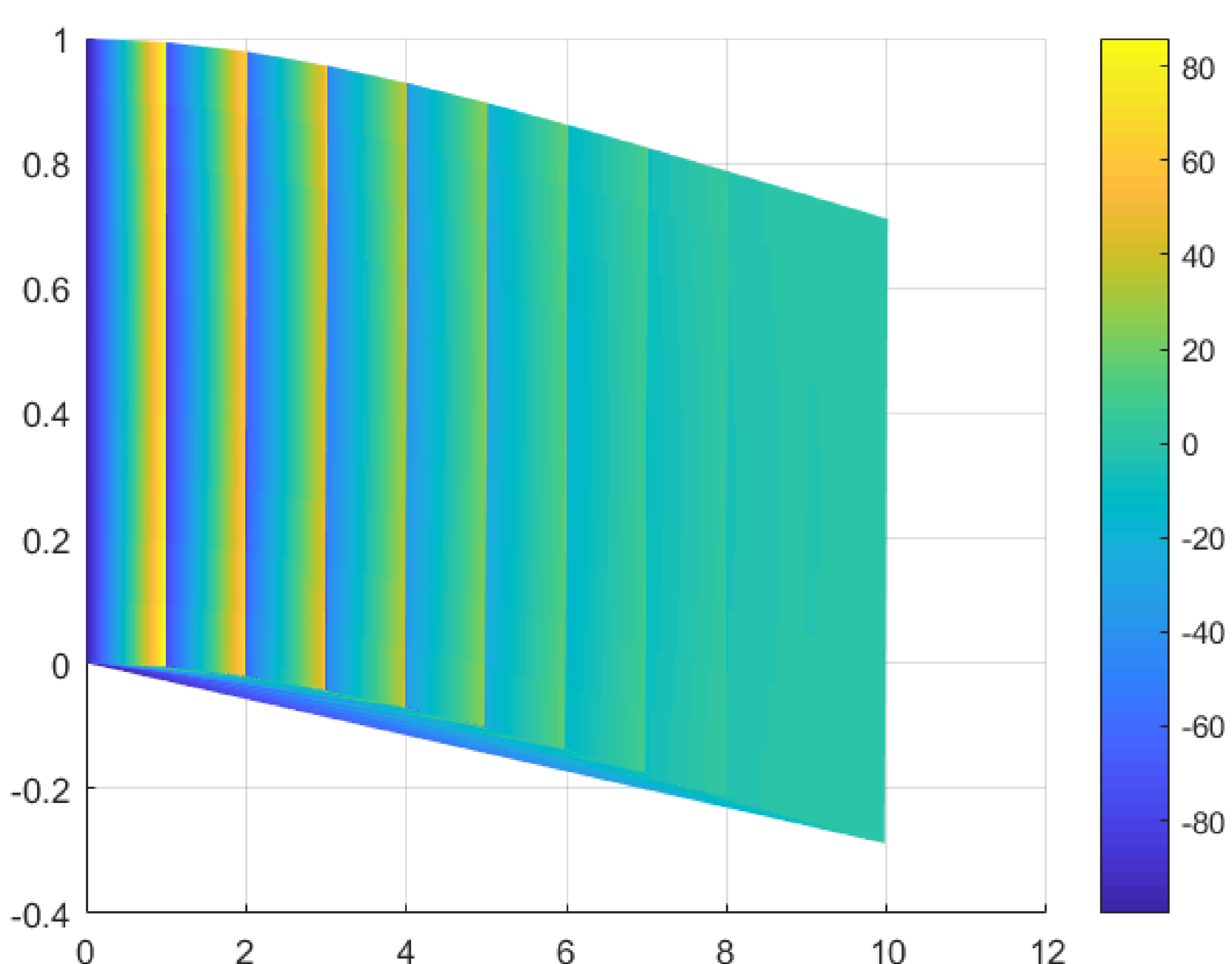
## Zusammenfassung der Arbeit

Um die genannten Ziele zu erreichen, wurden zunächst Randbedingungen definiert und die Grundlagen, auf denen das Problem basiert, näher erörtert. Dafür wurde zunächst die allgemeine Differentialgleichung der Scheibe hergeleitet, welche im Anschluss mithilfe von finiten Elementen diskretisiert wird. Es wurden sowohl die Ursachen und Auswirkungen des volumetrischen und des Schublockings verdeutlicht, sowie Möglichkeiten dargeboten, Locking im Allgemeinen ausfindig zu machen.

Drei ausgesuchte Methoden um das Phänomen des Lockings zu reduzieren wurden vorgestellt, erläutert, verglichen und in eine Matlab Umgebung implementiert. Dazu lässt sich die reduzierte Integration, die selektiv reduzierte Integration, sowie eine Hourglass-Stabilisierungsmethode hinzuzählen.

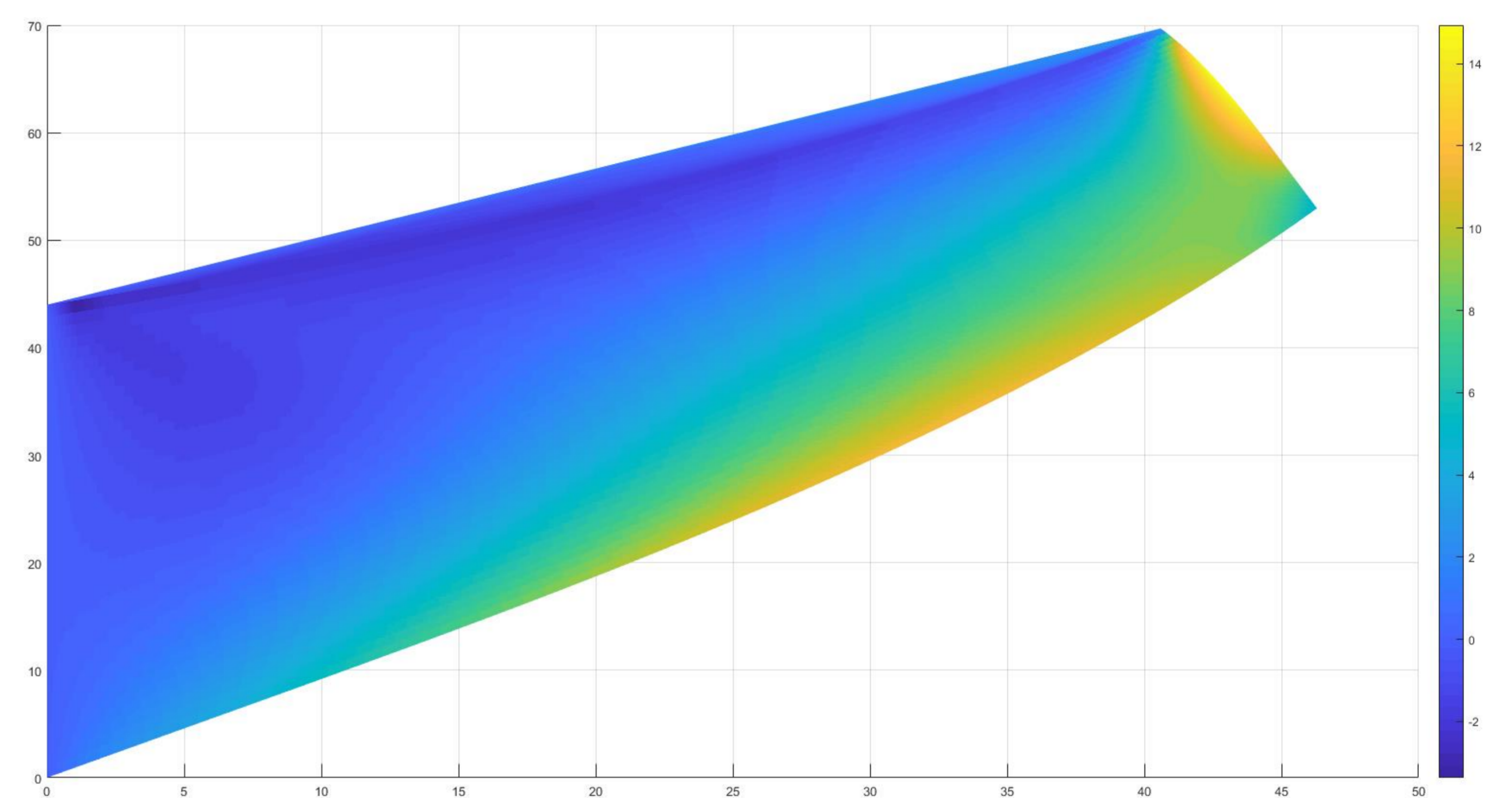
Diese Lösungsmethoden wurden auf unterschiedliche numerische Beispiele angewandt und miteinander verglichen. Unter besonderer Berücksichtigung stand dabei das Konvergenzverhalten bei unterschiedlicher Netzgröße, sowie die Stabilität der jeweiligen Formulierung.

## Spannungsoszillationen infolge Locking



# Volumetrisches Locking bei Scheiben- elementen

## Cooks Membrane



Cooks Membrane wird in der Literatur oft als Beispiel hinzugezogen, um die schlechte Konvergenzrate bei beinahe inkompressiblen Materialverhalten zu verdeutlichen.

## Literatur

### Bischoff 1999

Bischoff, M.: *Theorie und Numerik einer dreidimensionalen Schalenformulierung*, Bericht

Nr. 30, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, Dissertation, 1999

### Hake und Meskouris 2007

Hake, Erwin; Meskouris, Konstantin: *Statik der Flächentragwerke*

Verlag Berlin Heidelberg, 2007 (Springer-Lehrbuch). 1007/978-3-540-72624-1. – ISBN 9783540726234

### Zienkiewicz u. a. 2005

Zienkiewicz, O. C.; Taylor, R. L.; Zhu, J. Z.: *The finite element method, Band I, II & III.*

Elsevier Butterworth-Heinemann, Oxford, 2005