



**Analytische,  
empirische  
und numerische  
Lösungen für das  
Beulproblem von  
Zylinderschalen unter  
Axialdruck**

**Motivation**

Bei der unter Axialdruck stehenden zylindrischen Schale besteht ein Stabilitätsproblem und die meisten Zylinderschalen gegenüber axialen Belastungen sind empfindlicher als andere Arten von Belastungen. Wenn die Schale einer Druckbelastung ausgesetzt wird, beginnt sie plötzlich zu beulen. Dies ist der Schlüsselpunkt der Schale.

In den vorherigen Jahren haben viele analytische und experimentelle Untersuchung über die Beulform und kritische Last durchgeführt. In dieser Arbeit werden die erhaltenen analytische und empirische Ergebnisse zusammengefasst dazu die numerische Analyse zu ergänzen.

**Analytische Lösung**

**Donnell-Gleichung:**

$$D\nabla^8 w + \frac{Et}{r^3} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \nabla^4 \left( N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{r \partial x \partial \theta} + N_y \frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} + p \right) = 0$$

Unter Axialdruck:

Die kritische Last:

$$D\nabla^8 w + \sigma_c t \nabla^4 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{Et}{R^3} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \quad \sigma_c = \frac{(N_x)_{min}}{t} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \frac{t}{r}$$

**Lösung aus Flüge**

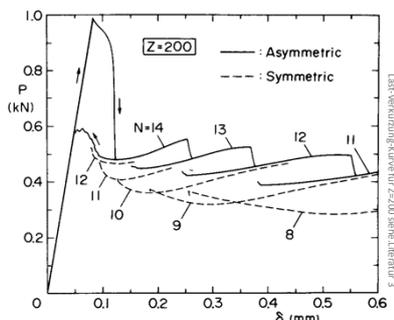
Beulform-abhängig:

$$q_2 = \left\{ (1-\nu^2)\lambda^4 + k \left[ (\lambda^2 + m^2)^4 - 2(\nu\lambda^4 + 3\lambda^2 m^2 + (4-\nu)\lambda^2 m^4 + m^6) + 2(2-\nu)\lambda^2 m^2 + m^4 \right] \right\} \left[ \lambda^2 (\lambda^2 + m^2)^2 + \lambda^2 m^2 \right]^{-1}$$

**Experiment von YAMAKI**

Die Versuche von Yamaki im Jahre 1984 über das Beulen der elastischen Schalen aus Mylar sind sinnvoll für die Untersuchung der Beulform und Wellenzahl in Längs- und Umfangsrichtung.

Hier erlaubt die Elastizität des Materials eine Auslenkung bis weit in den Nachbeulbereich, und einen kontinuierlichen Ablauf von Formumwandlung zu niedrigeren Umfangswellenzahlen wird beobachtet.



**Betreuer**

Dr.-Ing. Bastian Oesterle

Florian Geiger, M.Sc.

**Numerisches Beulform von ANSYS**

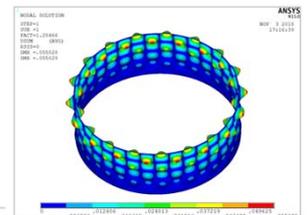
**Einflussfaktor:**

- Radius-Dicke-Verhältnis
- Höhe-Radius-Verhältnis
- Elementgröße
- Randbedingungen
- Nichtlineare Analyse

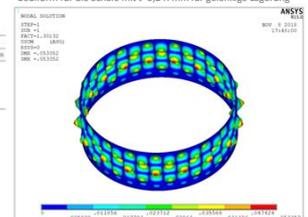
t	ANSYS	Konvention	Weingarten 3.3	Botdorf
0.067	95.20	21.89	17.06	23.88
0.1	211.81	60.64	47.39	61.08
0.247	1289.75	609.47	458.77	552.23
1	20978.30	21993.86	12395.78	

Donnell	Flügge	m	n	Abweichung zwischen Theorie und Ansys
94.91	98.65	14	0	-6.3%
211.43	213.63	12	0	-9.18%
1289.93	1295.00	8	0	0.01%
21143.33	21054.95	3	8	0.78%

A/Donnell	B/gelegig	C/eingespant	Abweichung von B/C	Abweichung von A/C
94.91	95.20	96.8	1.65%	-1.99%
211.43	211.81	216.10	1.99%	-2.21%
1289.93	1289.75	1301.30	0.89%	-0.88%
21143.33	20978.30	21803.70	3.79%	-3.12%

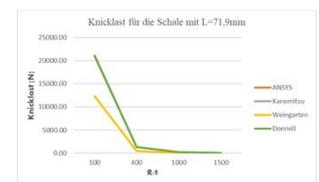
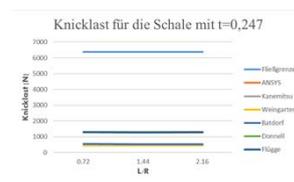


Beulform für die Schale mit t=0,247mm für gelenkige Lagerung



Beulform für die Schale mit t=0,247mm für eingespannte Lagerung

**Ergebnis:**



**Literatur**

- I. Donnell, Lloyd H.: Stability of thin-walled tubes under torsion, 1935
- II. Flügge, Wilhelm: Stresses in shells. Springer Science & Business Media, 2013
- III. Yamaki, Noboru: Elastic stability of circular cylindrical shells. Bd. 27. Elsevier, 1984