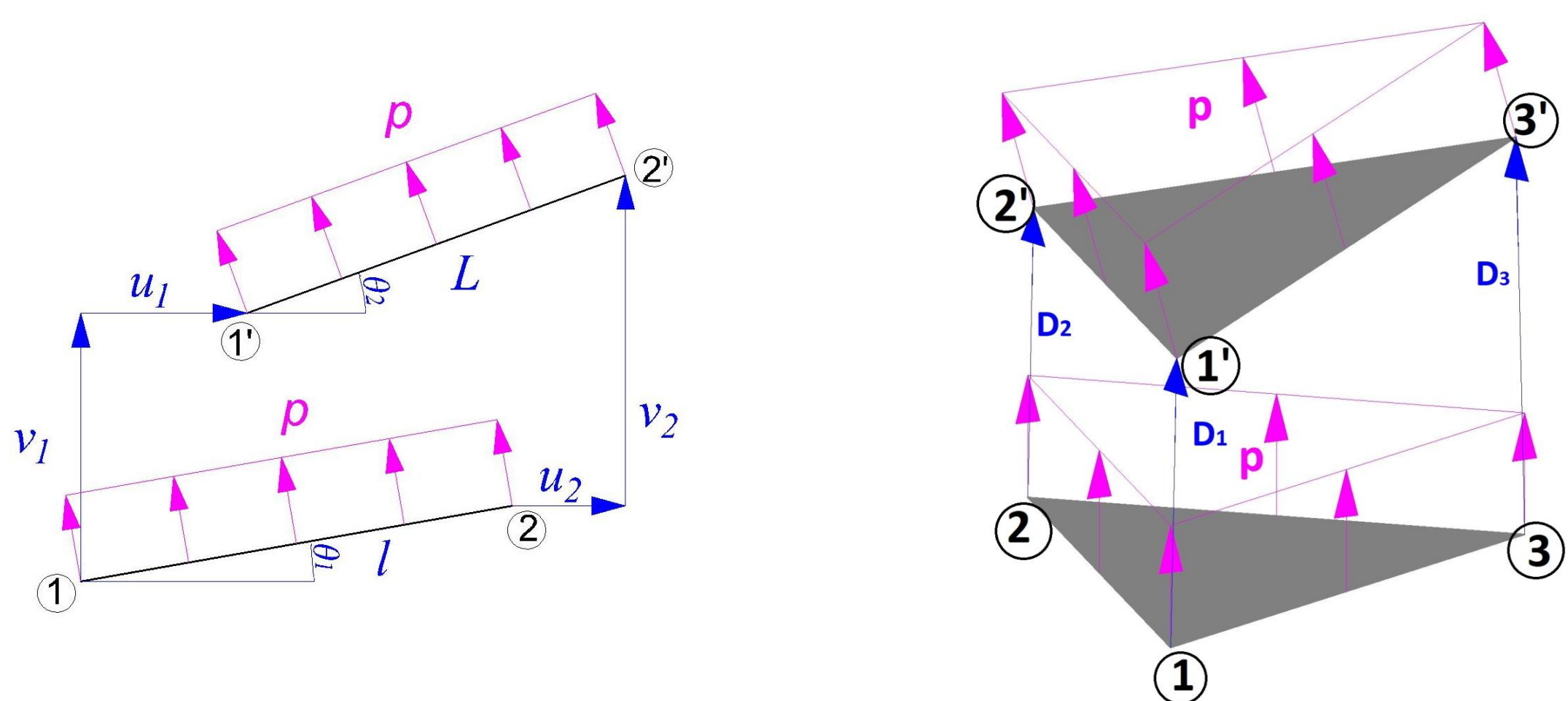


**Innendruck als
verformungsabhängige
Last bei FE-
Berechnungen von
pneumatischen
Schalenstrukturen**

Motivation

Die pneumatische Membran wird stets durch einen Innendruck belastet, der verformter Membranoberfläche folgt und in einem rechten Winkel wirkt. Die Einflüsse einer solchen „mitgehenden“ Last dürfen bei nichtlinearen FE-Berechnung für Membran nicht vernachlässigt werden.

Lastformel des Innendrucks



2D-Lastgleichung:

$$\mathbf{f}_p = \frac{1}{2} p \begin{bmatrix} v_1 - v_2 + y_{10} - y_{20} \\ u_2 - u_1 + x_{20} - x_{10} \\ v_1 - v_2 + y_{10} - y_{20} \\ u_2 - u_1 + x_{20} - x_{10} \end{bmatrix}$$

3D-Lastgleichung:

$$\mathbf{f}_p = \frac{p}{6} \cdot \mathbf{a}_3 \quad \mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} (y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_1)(y_3 - y_1) \\ (z_2 - z_1)(x_3 - x_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1) \\ (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (y_2 - y_1)(x_3 - x_1) \end{bmatrix}$$

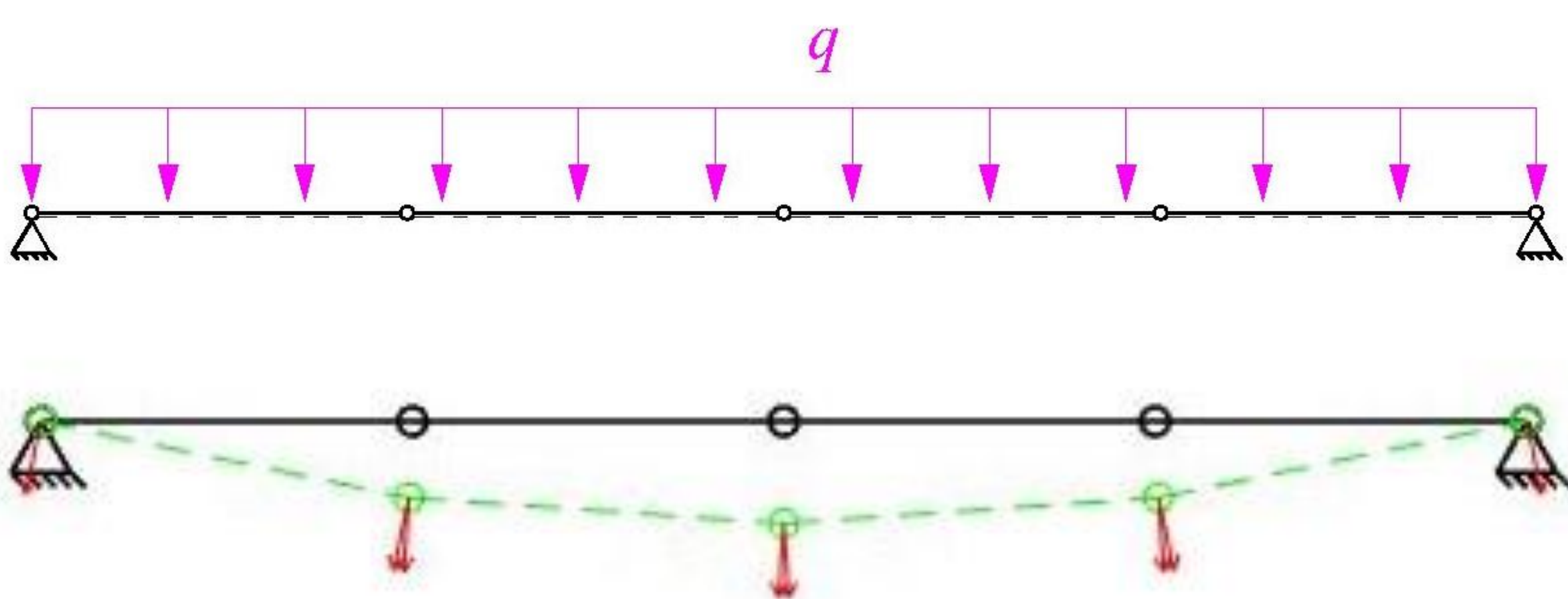
Laststeifigkeit:

$$\mathbf{K}_L = -\frac{\partial \mathbf{f}_p(\mathbf{D})}{\partial \mathbf{D}}$$

Lösungsmöglichkeit des Singularitätsproblems

- Numerische Vorspannung
- Numerische Vorkrümmung

Verformung eines Vier-Stab-Modells unter einer mitgehenden Last



Isogeometrische Membran

B-Operator

mit Kontrollpunkt \mathbf{P}^i und Verschiebung \mathbf{d}^i :

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11,r} \\ \mathbf{E}_{12,r} \\ \mathbf{E}_{22,r} \end{bmatrix} \quad \mathbf{a}_\alpha = \sum_i N^i_{,\alpha} \cdot (\mathbf{P}^i + \mathbf{d}^i)$$

$$\mathbf{E}_{\alpha\beta,r} = \frac{1}{2} (\mathbf{a}_\alpha \cdot \mathbf{v}_{,\beta,r} + \mathbf{a}_\beta \cdot \mathbf{v}_{,\alpha,r})$$

Tangentensteifigkeit:

$$\mathbf{K}_T = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_u + \mathbf{K}_g + \mathbf{K}_L$$

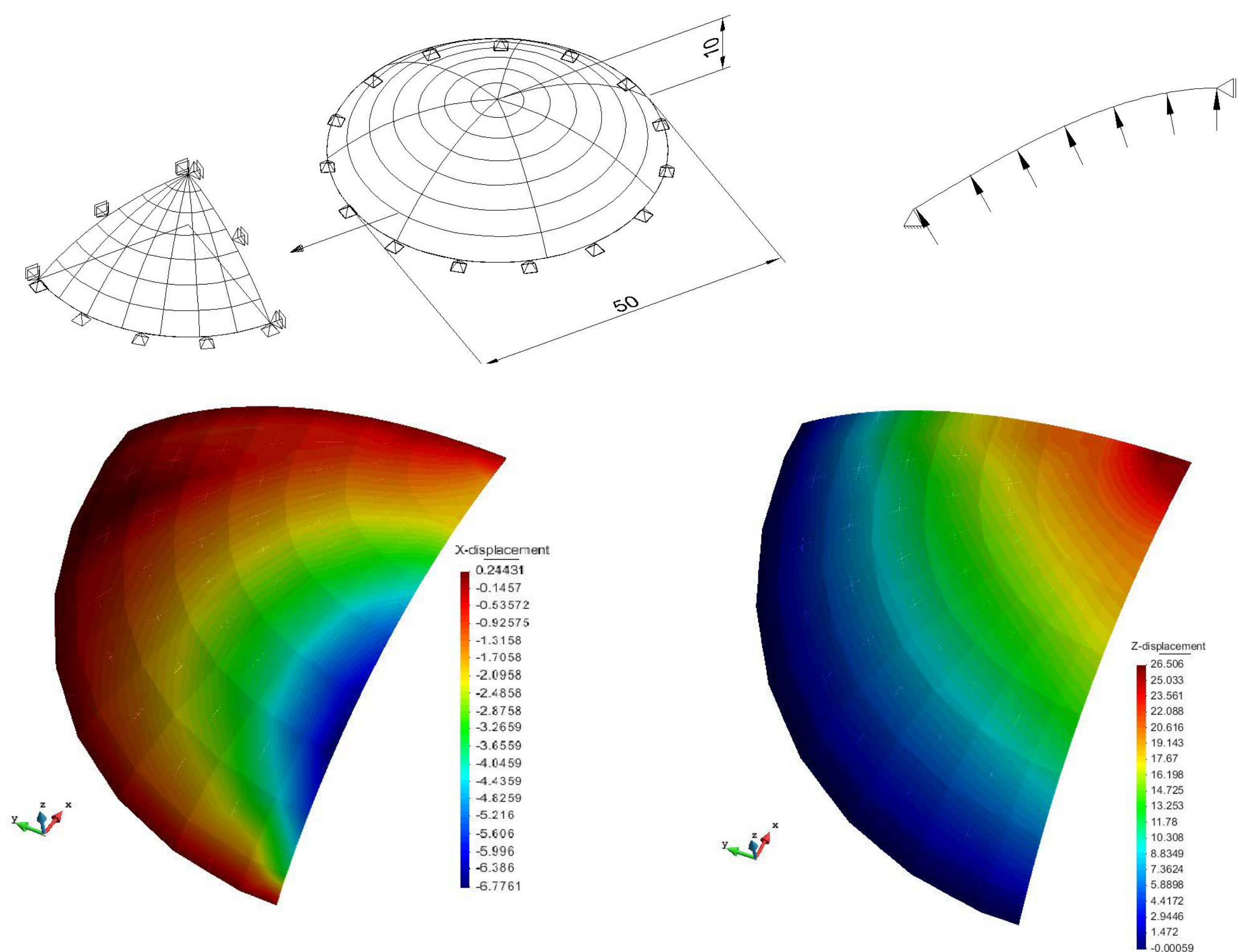
$$\mathbf{K}_{eu} = \mathbf{K}_e + \mathbf{K}_u = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} d\Omega \quad \mathbf{K}_g = \int_{\Omega} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial \mathbf{d}} \cdot \boldsymbol{\sigma} d\Omega$$

Numerisches Beispiel

Gekrümmte Membran unter Innendruck

Geometrie:

Innendruck:



Literatur

- I. Echter, Ralph: Isogeometric analysis of shells, 2014
- II. Sachse, Renate: Isogeometrische Kontaktanalyse dünnwandiger Strukturen. Universität Stuttgart, 2014

Betreuer:

Renate Sachse, M.Sc.
Tobias Willmann, M.Sc.

<https://www.ibb.uni-stuttgart.de>