Universität Stuttgart
Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Yingze Yan

Balkenstatik unter Einsatz von Distributionen sowie Laplace-Transformationen

Distributionen

Stetige und lineare Funktion von einem Testfunktionenraum in die reellen oder komplexen Zahlen. Damit bezweckt man, die Darstellung beliebiger Belastung mit einem generalisierten Konzept zu ermöglichen.

- Dirac-Funktion: $\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x = 0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}$

– Konzentrierte Verteilung: z. B. Einzellast

- Heaviside-Funktion: $\mathrm{H}(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$

– Sprunghafte Veränderung: z. B. Streckenlast

Laplace-Transformation

Integraltransformation, die eine gegebene Funktion $w(x)$ vom reellen Bereich in eine Funktion $W(s)$ im komplexen Bildbereich überführt.

- Transformationsregel:

– $\mathcal{L}\big(w(x)\big) = W(s) = \int_0^\infty w(x)e^{-sx}dx$

- In der Balkenstatik:

– $EI^{IV}(x) = q(x)$

– $EI(s^4 \cdot W(s) - s^3 \cdot w(0) - s^2 \cdot w'(0) - s \cdot w''(0) - w'''(0)) = \mathcal{L}(q(x))$

Ausnutzung in unterschiedlichen Fällen

- Zusätzliches Auflager:

– $q(x) = q_0(x) - A \cdot \delta(x-L), w(L) = 0$

- Gelenk:

– $w(x) = w_0(x) - \frac{M}{EI} H(x-L) \cdot (x-L), M(L) = 0$

- Momentbelastung:

– $w(x) = w_0(x) + \frac{1}{EI} \iiint m(x)dxdxdx$

- Veränderliche Biegesteifigkeit

– $\begin{cases} s^2\big(M(s)\big) - sM(0) - M'(0) = -\mathcal{L}(q(x)) \\ s^2W(s) - sw(0) - sw'(0) = -\mathcal{L}(\frac{M(x)}{I(x) \cdot E(x)}) \end{cases}$

- Abgewinkelter Balken

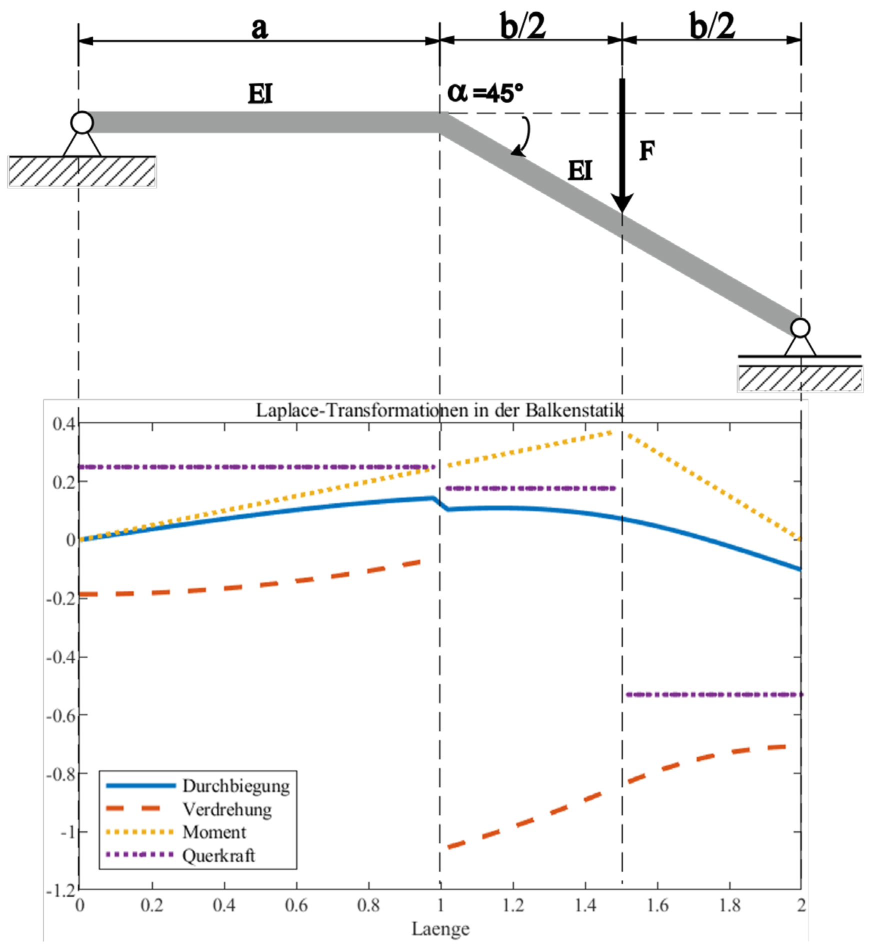
– $EI(x) = EI(x) + EI(x) \cdot H(x-L) \cdot (cos\alpha - 1)$

– $w(x) = w_0(x) + tan\alpha \cdot H(x-a)(x-a)$

- Temperaturbelastung
- Auflagersenkung
- Elastische Bettung

Betreuer: M.Sc. Alexander Müller

https://www.ibb.uni-stuttgart.de



Timoschenko-Balken

Die Timoschenko-Theorie geht zwar von ebenbleibenden Querschnitten aus, lässt jedoch zu, dass die Balkenquerschnitte auf der verformten Balkenachse nicht senkrecht stehen.

- Neue Transformierte:

– $W(s) = \frac{\mathcal{L}\left(q(x) + \frac{EIq''(x)}{\kappa GA}\right)}{s^4 EI} + \frac{1}{s}w(0) + \frac{1}{s^2}w'(0) + \frac{1}{s^3}w''(0) + \frac{1}{s^4}w'''(0)$

Plattentheorie

Die Laplace-Transformation macht aus der partiellen Differentialgleichung eine gewöhnliche Differentialgleichung.

– $\mathcal{L}\left(\frac{q(x,y)}{D}\right) = \frac{\partial^4 U(x,s)}{\partial x^4} + s^2 \frac{\partial^2 U(x,s)}{\partial x^2} + s^4 U(x,s) + s\frac{\partial^2 w(x,0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^3 w(x,0)}{\partial x^2 \partial y} - \mathrm{s}^3 \mathrm{w}(\mathrm{x},0) - \mathrm{s}^2 \frac{\partial w(x,0)}{\partial y} - \mathrm{s}\frac{\partial^2 w(x,0)}{\partial y^2} - \frac{\partial^3 w(x,0)}{\partial y^3}$

Literatur

Vögel, M. „Ein neues Konzept in der mathematischen Grundausbildung zum Bauingenieur“. *Bauingenieur*, Nr. 76 (2001): 30–32.

Vögel, M. „Ein neues Konzept in der mathematischen Grundausbildung zum Bauingenieur II. Laplace-Transformationen in der Balkenstatik“. *Bauingenieur*, Nr. 80 (2005): 506–508

Baustatik und Baudynamik