

Formfindung und statische Untersuchung pneumatisch vorgespannter Luftkissen

Pneumatische Membrantragwerke

Die pneumatischen Membrantragwerke gehören zu den **leichten Flächentragwerken**. Durch den als Flächenlast wirkenden **Innendruck**, ist die Membran auf Zug beansprucht. Die Tragwirkung kann über einen Über- oder Unterdruck realisiert werden. Außerdem kann man zwischen **luftgestützten** (Einfachmembran, Traglufthalle) und **luftgefüllten** (Doppelmembran, Luftkissen/Zylinder) Tragwerken unterscheiden. **ETFE-Folien** sind das bevorzugte Material bei pneumatischen Bauten.

Statische Grundlagen

- Berechnung über Membrantheorie
 - Spannungen über Dicke konstant
 - Stetige Krümmung
 - Innerlich statisch bestimmt

- Kesselformel

$$p = \frac{n_\varphi}{r_1} + \frac{n_\vartheta}{r_2}$$

mit p = Druck in Pa

n_i = Membrankraft in N/m

r_i = Hauptkrümmungsradius in m

Formfindung: Kraftdichtemethode

- Erweitert für Membranen
- Vereinfachung durch Definition der Kraftdichte: $\mathbf{q} = \frac{\mathbf{f}}{\mathbf{L}}$
- Lösung des Gleichungssystems

$$\mathbf{C}_N^T \mathbf{U} \mathbf{L}^{-1} \mathbf{f} - \mathbf{p} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{C}_N^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_N \mathbf{x}_N + \mathbf{C}_N^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_F \mathbf{x}_F - \mathbf{p} = \mathbf{0}$$

\mathbf{C} = Kanten-Knoten-Matrix
 \mathbf{U} = Diagonalmatrix der Längen in x -Richtung
 \mathbf{Q} = Diagonalmatrix der Kraftdichte
 \mathbf{x} = x -Koordinaten
 \mathbf{p} = Innendruck

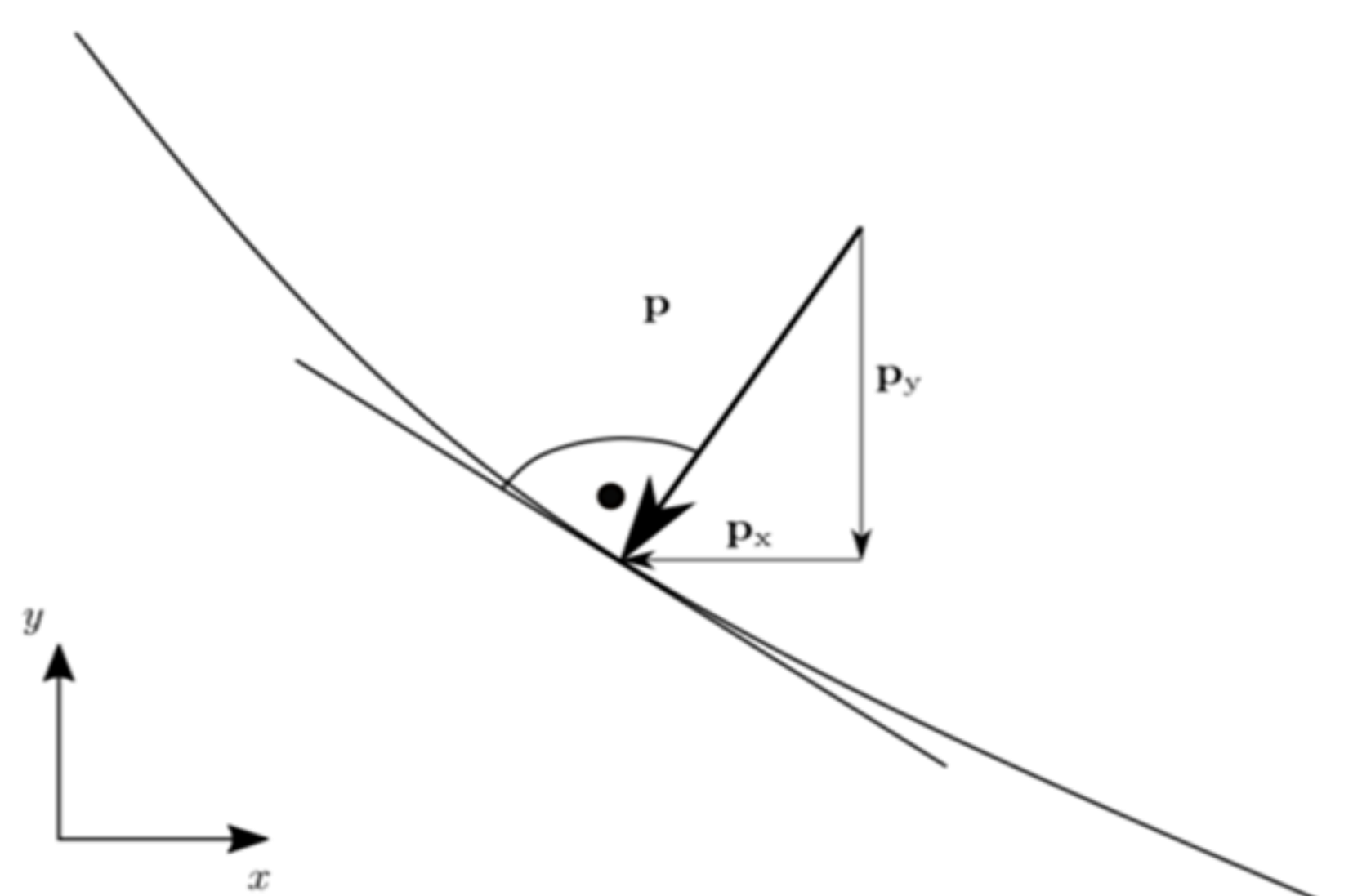
- Iteratives Vorgehen für Anpassung des Innendruckes als normalwirkende Flächenlast auf die Membran

$$\mathbf{p}_x = 0,5 \mathbf{p} |\mathbf{C}_N|^T \mathbf{v}$$

$$\mathbf{p}_y = 0,5 \mathbf{p} |\mathbf{C}_N|^T \mathbf{u}$$

mit $|\mathbf{C}_N| := [|\mathbf{C}_{N,i,j}|]$

(Matrix der Beträge der Komponenten)



- Begrenzung über die Restkräfte aus den Iterationsschritten

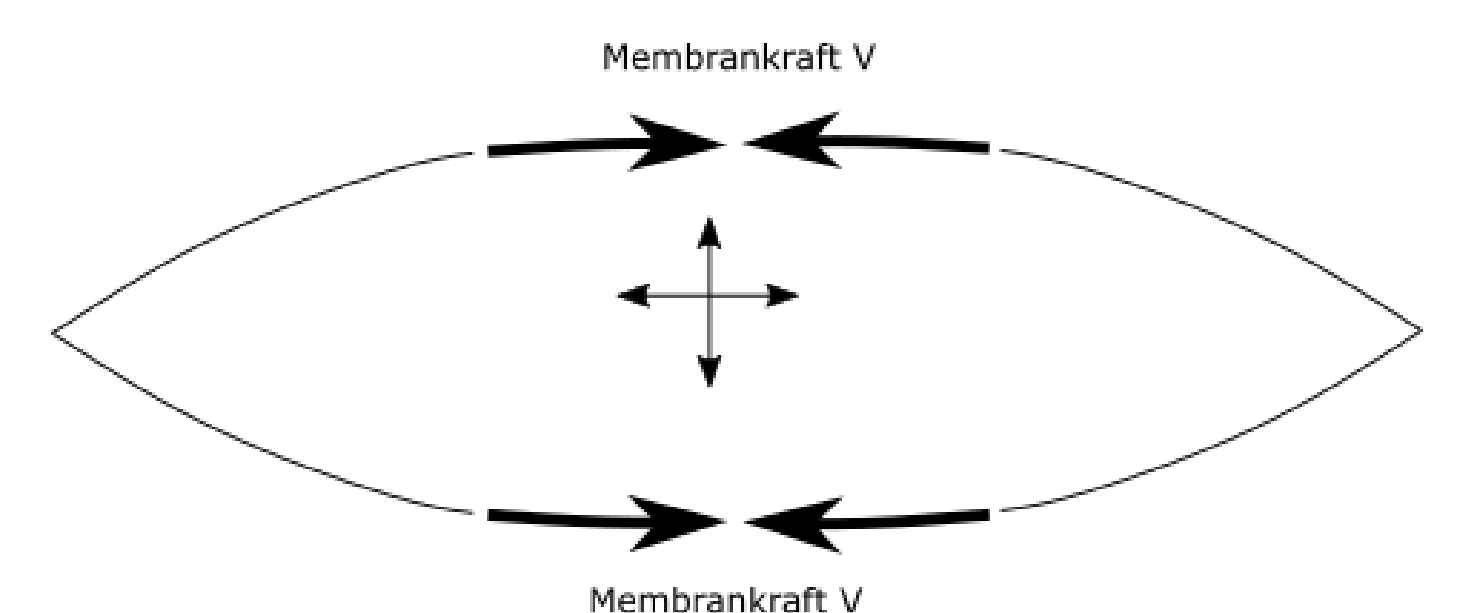
$$\mathbf{r}_x = \mathbf{p}_x - \mathbf{D}_N \mathbf{x}_N - \mathbf{D}_F \mathbf{x}_F$$

mit $\mathbf{D}_N = \mathbf{C}_N^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_N$ und $\mathbf{D}_F = \mathbf{C}_N^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_F$

2D-Lastabtrag

- Reine Einwirkung des Innendruckes:

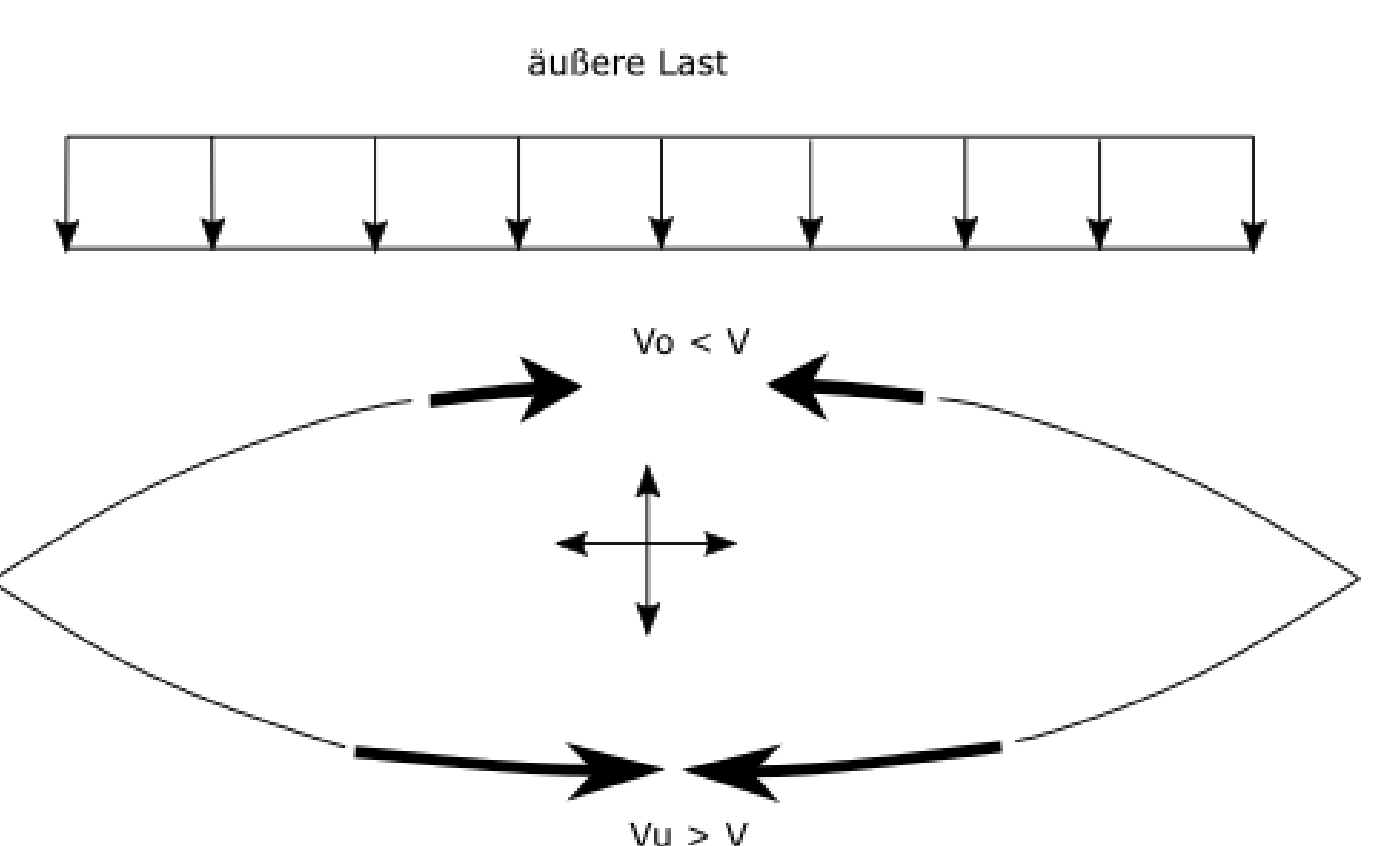
→ gleiche Kraft in oberer und unterer Membran



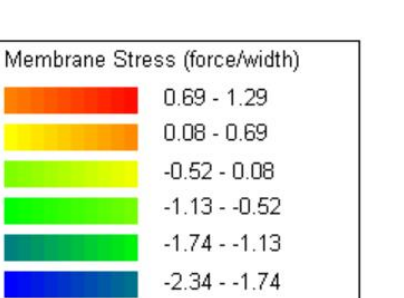
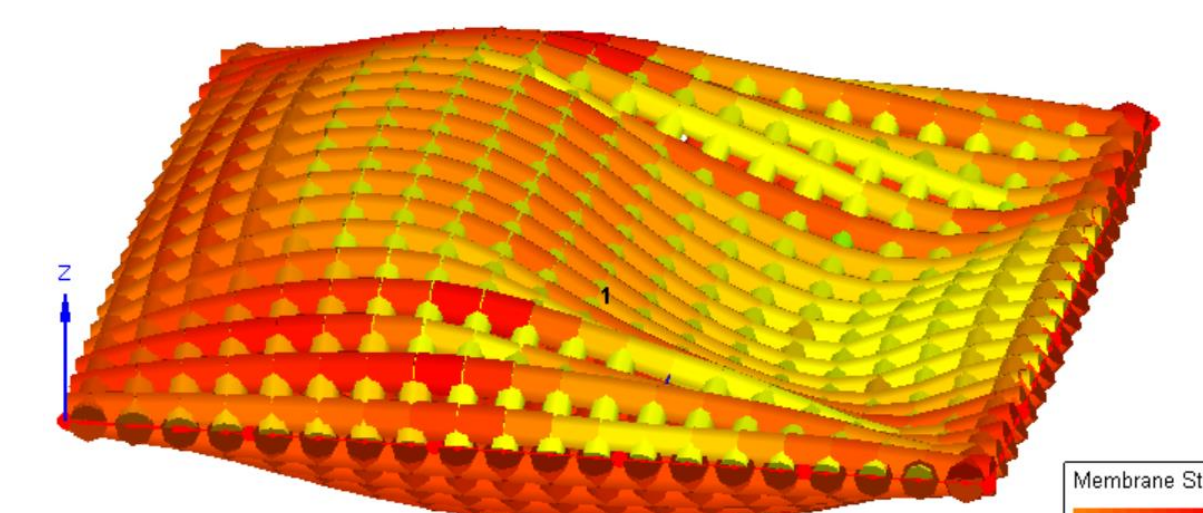
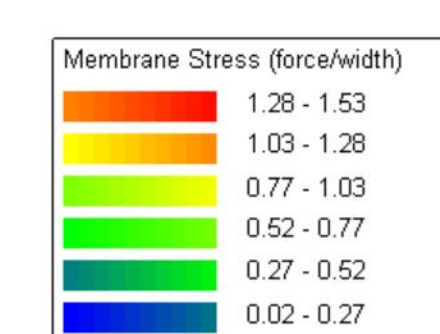
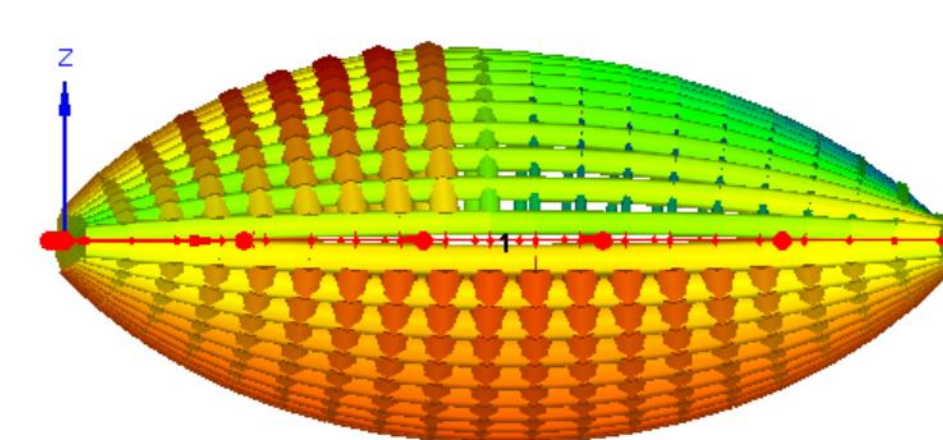
- Durch Ergänzen einer Last unter Annahme des Gasgesetzes:
 $V(p+p_0) = \text{konstant}$

→ Reduzierte Zugkraft in der oberen Lage

→ Erhöhte Zugkraft in der unteren Lage



Nach: Gabler U.A., Atlas Kunststoffe + Membranen, 2010



Membrankraft in einem Luftkissen aus Innendruck und halbseitiger äußerer Last unter Annahme des Gasgesetzes (links) im Vergleich zu einer Berechnung ohne Annahme des Gasgesetzes (rechts), berechnet mithilfe der Software „easy“ der technet GmbH

Literatur

- Gabler U.A.: Atlas Kunststoffe + Membranen: Werkstoffe und Halbzeuge, Formfindung und Konstruktion, 2010
- Linkwitz, K.: Force density method, In: Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization, 2014
- Bischoff U.A.: Schalen – Vorlesungsskript, 2019

Betreuerin: Rebecca Thierer, M.Sc.