

Motivation und Zielsetzung

Mit Hilfe der isogeometrischen Analyse (IGA) ist es möglich Ansatzfunktionen mit hoher Kontinuität zu konstruieren. Dadurch erfährt die Kirchhoff-Love-Schalentheorie eine Art Renaissance. NURBS, auf welchen die IGA aufbaut, sind glatter und ermöglichen häufig die Darstellung der exakten Geometrie. In Voruntersuchungen zeigte sich, dass die Lösung von linearen Beulproblemen mittels IGA effizienter als mit herkömmlicher FE möglich ist. In dieser Arbeit sollen diese Untersuchungen auf dynamische Stabilitätsuntersuchungen ausgeweitet werden.

Isogeometrisches Konzept

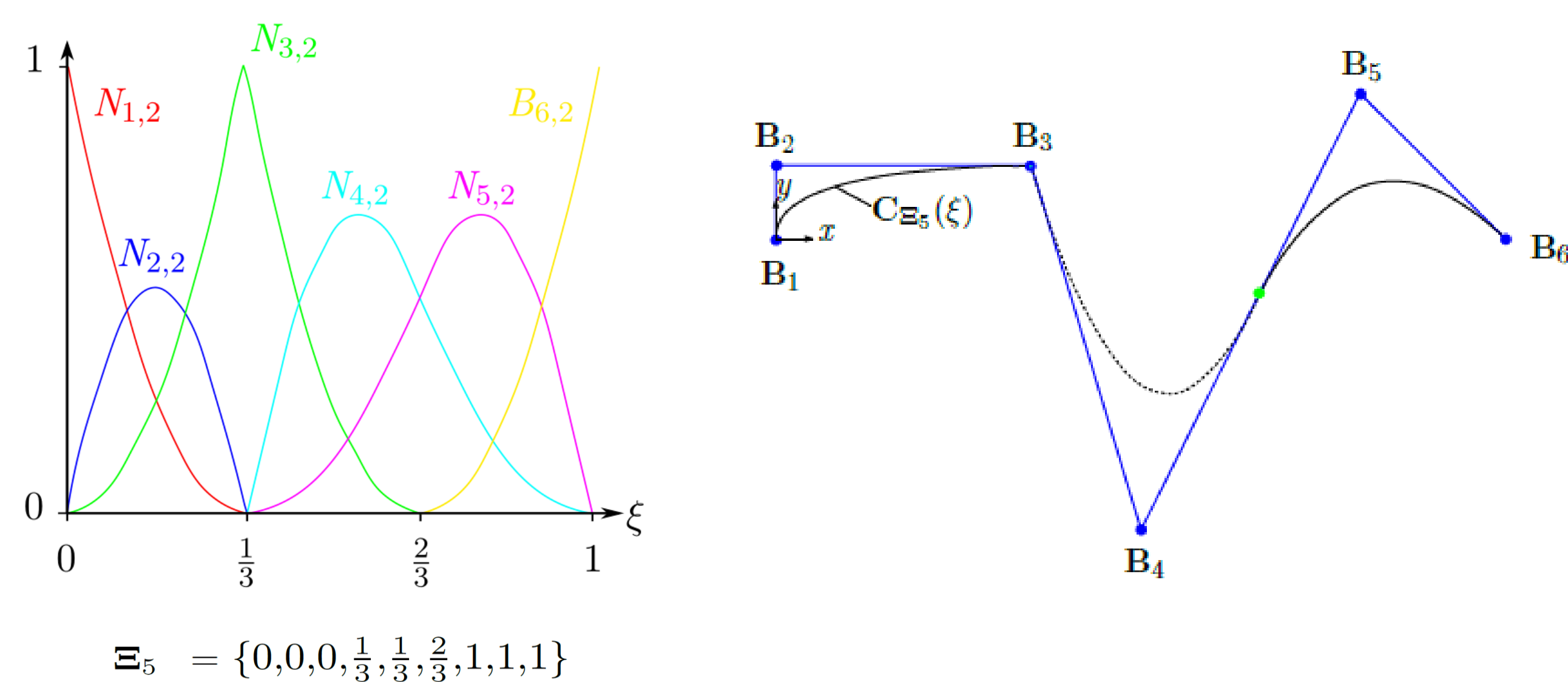
- Aufbauend auf Knotenvektoren in Abhängigkeit vom Polynomgrad p und der Anzahl der Basisfunktionen n

$$\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$$

- B-Splines als Basisfunktionen

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p+1} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+1} - \xi}{\xi_{i+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi)$$

- Erzeugen der Geometrie C_{Ξ} durch Multiplikation der Basisfunktionen mit den Kontrollpunkten B_i



Kirchhoff-Love-Schalentheorie

- Dimensionsreduktion auf die Schalenmittelfläche
- Vernachlässigung der Querschubverzerrung
- Kinematik allein in Abhängigkeit von θ^1, θ^2 ohne Rotationen

Dynamische Stabilitätsanalyse

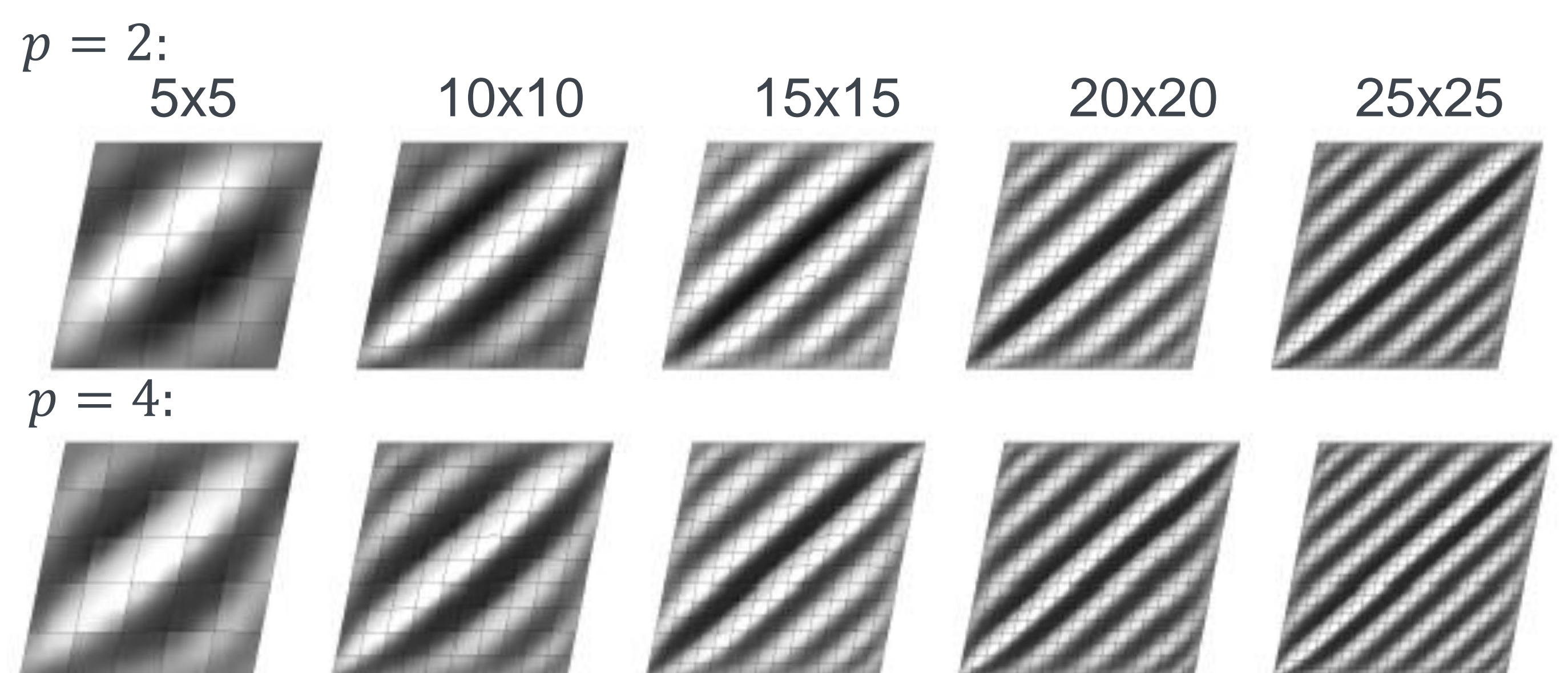
- Ermitteln eines Gleichgewichtspfad
- Definition des Gleichgewichts in Abhängigkeit der Zeit:
 $\mathbf{R} = \mathbf{F}_{\text{int}} + \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{v}} + (-\mathbf{D} \cdot \dot{\mathbf{v}}) = 0$
- Rayleigh-Dämpfung zur Dämpfung hochfrequenter Schwingungsanteile
- Newmark-Verfahren als Zeitintegrationsverfahren
- Ermitteln der iterativen Lösung für jeden Zeitschritt Δt

Rebecca Thierer, M.Sc., Dr.-Ing. Bastian Oesterle

<https://www.ibb.uni-stuttgart.de>

Numerische Beispiele

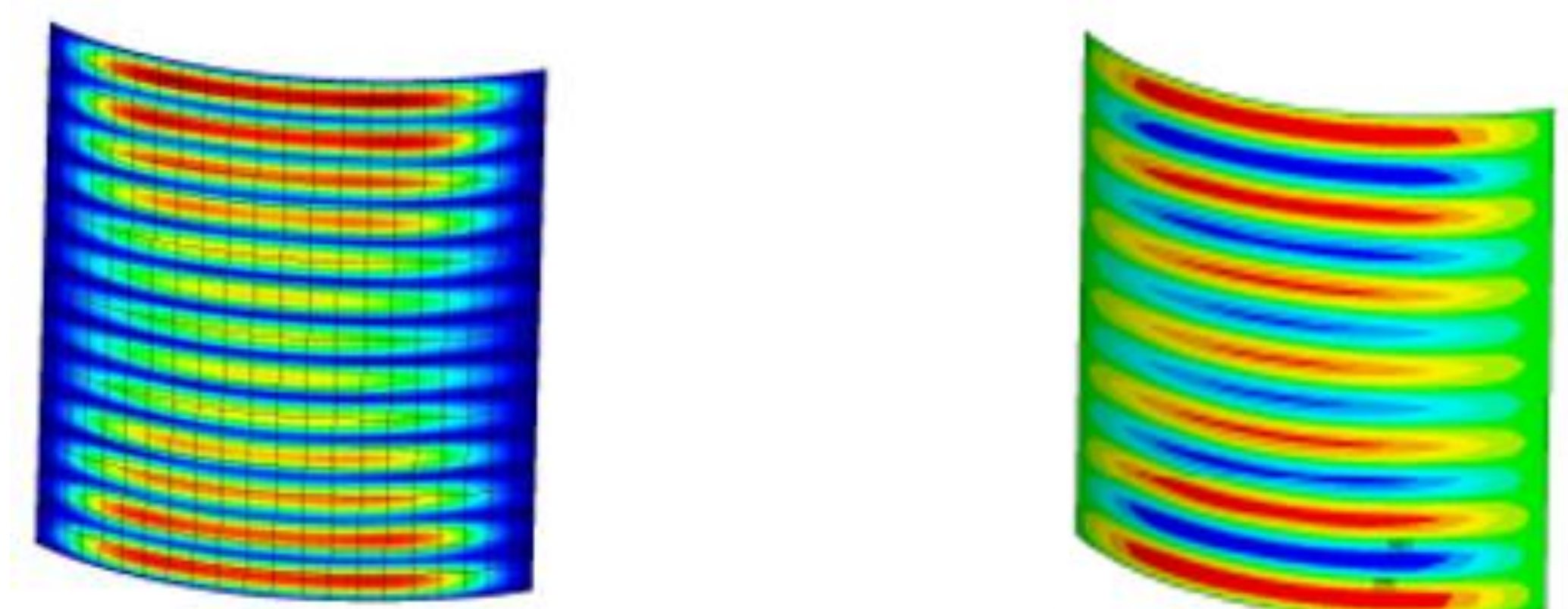
- Knittern einer Membran unter Schubdeformation:



Mit höherem Polynomgrad kann die Lösung bereits bei geringerer Netzfeinheit ermittelt werden. IGA und FE sind für dieses ebene Problem ähnlich effizient.

- Beulen eines Viertelzylinders unter Axialdruck:

IGA $p=4$, 1.800 DOF Shell 281, 30.240 DOF



Die IGA liefert im Vergleich zur herkömmlichen FE bereits für größere Netze die gesuchte Beulform. Für geometrisch komplexere Schalenprobleme ist die IGA überlegen.

Literatur

Hughes, Thomas; Cottrell, J.A.; Bazilevs, Yuri: Isogeometric Analysis: CAD, Finite Elements, NURBS, Exact Geometry and Mesh Refinement. In: *Computer methods in applied mechanics and engineering* 194 (2005)

Kiendl, J. ; Bletzinger, K.-U. ; Linhard, J. ; Wüchner, R.: Isogeometric Shell Analysis with Kirchhoff-Love Elements. In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 198 (2009)