

# Modellierung und Analyse dehnungsloser Verformungen von Schalen

## Motivation und Zielsetzung

Bei Schalentragwerken werden immer schlankere Querschnitte mit geringerem Materialaufwand realisiert. Die damit einhergehende Anfälligkeit für Imperfektion verlangt nach immer präziseren Analysemethoden zur Lastabtragung solcher Schalentragwerke. Das Ziel dieser Arbeit ist es, mit dem kommerziellen Programm Ansys Methoden zu entwickeln, die eine Identifikation dehnungsloser Verformung zulassen.

## Dehnungslose Verformung

Bei dehnungsloser Verformung werden die aufgebrachten Lasten ausschließlich über Biegung abgetragen. Gegenüber dem Membranzustand, bei dem Lasten rein über Dehnung abgetragen werden, ist dabei die Steifigkeit um ein Vielfaches geringer. Aus diesem Grund sind dehnungslose Verformungen in jedem Fall durch konstruktive Maßnahmen zu verhindern.

## Energiemethode

Die auf eine Schale aufgebrachten Belastungen verrichten beim Übergang von der unverformten in die verformte Lage Arbeit. Diese wird als Verzerrungsenergie oder auch Formänderungsenergie in dem System gespeichert. Die Verzerrungsenergie lässt sich in mehrere Anteile wie Biegung, Dehnung und Querschub unterteilen. Diese Anteile geben einen guten Überblick über die Art der Lastabtragung. Bei dieser Methode wird dehnungslose Verformung durch die Betrachtung des Membranenergieanteils im System ermittelt. Dazu wird dieser als Funktion über die Dicke dargestellt (siehe Abb. 1).

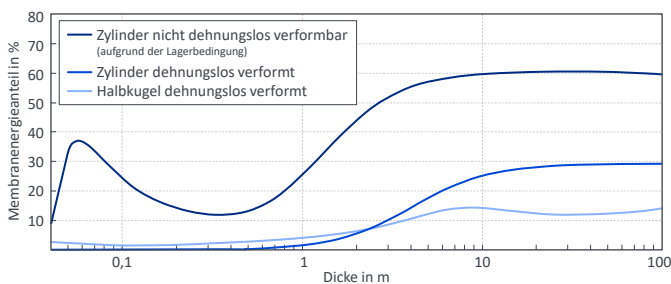


Abb. 1: Vergleich dreier Modelle anhand des Dicke-Membranenergieanteil-Verhältnis

Die Steigung der Kurven ermöglicht Aussagen über das Verformungsverhalten im Hinblick auf Dehnungslosigkeit. Je geringer die Steigung, desto weniger wird über Dehnung abgetragen.

## Modalanalyse

Bei der Modalanalyse deutet die geringste Eigenform auf die weichste mögliche Verformung hin. Unter Einbeziehung des Verhältnisses, das sich aus Frequenz, Steifigkeit und Masse ergibt, lässt sich eine Methode entwickeln, die Aufschluss über

dehnungslose Verformung ermöglicht. Damit zeigt sich, dass es für Biegeverformungen, anders als für Verformungen durch Dehnung, eine Abhängigkeit der Frequenz von der Schalendicke gibt. Zusammengefasst lässt sich daraus die Gleichung

$$f_{\text{nach}} = f_{\text{vor}} \frac{d_{\text{nach}}}{d_{\text{vor}}}$$

für dehnungslose Verformung herleiten. Damit kann ein Vergleich zweier Eigenfrequenzen bei verschiedenen Schalendicken durchgeführt werden.

## Fazit

Beide betrachteten Methoden bieten eine gute Möglichkeit, dehnungslose Verformung zu identifizieren. Die Modalanalyse ist durch den reinen Vergleich zweier Werte um einiges genauer, bietet jedoch nur für die Extremfälle von dehnungsloser Verformung oder reinem Membranzustand aussagekräftige Informationen und berücksichtigt keine Randbedingungen. Die Energiemethode hingegen ermöglicht bei bekannten Randbedingungen eine nuancierte Betrachtung der genauen Lastabtragung. Die beiden Methoden ergänzen sich aufgrund ihrer verschiedenen Herangehensweisen. Daher ermöglichen sie eine breite Einsatzmöglichkeit je nach Planungsprozess.

## Literatur

- Werkle, Horst: *Finite Elemente in der Baustatik: Statik und Dynamik der Stab- und Flächentragwerke*. Friedr. Vieweg und Sohn Verlag GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2008.
- Gross, Dietmar; Hauger, Werner; Schröder, Jörg; Wall, Wolfgang A.: *Technische Mechanik 2, Elastostatik*. Springer-Verlag GmbH Deutschland, Berlin, 2017.
- Bischoff, Manfred: *Theorie und Numerik einer dreidimensionalen Schalenformulierung*, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart, Dissertation, 1999.

Betreuerin: Rebecca Thierer, M. Sc.