

Adaptive Tragwerke

Das Bauwesen ist für einen Großteil des weltweiten Ressourcenverbrauchs verantwortlich. Adaptive Tragwerke werden erforscht, um Material einsparen zu können.

Mit aktiven Elementen (beispielsweise Hydraulikzylindern) kann der Beanspruchungszustand gezielt manipuliert werden. Das Tragwerk kann sich damit an äußere Lasten anpassen.

In dieser Arbeit wurde ein Platzierungsalgorithmus entwickelt, der diese aktiven Elemente in einem Tragwerk anordnet.

Kraftmanipulation

$$N^{\text{adapt}} = N^{\text{pass}} + N^{\text{akt}}$$

- Superposition der passiven Normalkräfte aus äußeren Lasten N^{pass} und der Normalkräfte aus Aktuierung N^{akt}
- Formulierung eines Optimalitätskriteriums für N^{adapt}

Redundanzmatrix

Die Redundanzmatrix R gibt die negativen elastischen Stablängenänderungen infolge Aktuierung an: $\Delta l_{el} = -R\Delta l_0$

Zwei Formulierungen der Redundanzmatrix $R \in \mathbb{R}^m$ für ein System mit m Elementen:

- $R = I - A(A^T C A)^{-1} A^T C$
- $R = F S (S^T F S)^{-1} S^T$

I :	Einheitsmatrix
A^T :	Gleichgewichtsmatrix
C :	Steifigkeitsmatrix
$F = C^{-1}$:	Flexibilitätsmatrix
S :	Kern von A^T
n_S :	Grad der stat. Unbest.

Eigenschaft Idempotenz:

$$R^n = R \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$Sp(R) = Rg(R) = n_S$$

→ Die Hauptdiagonaleinträge sind die Redundanzanteile der Elemente und die verteilte statische Unbestimmtheit.

→ Durch Aktuierung können alle n_S linear unabhängigen Kraftzustände des Tragwerks hervorgerufen werden.

Das Bild $im(R^T)$ ist die Basis des Aktuierungsraums.

Normalkräfte infolge Aktuierung: $N = C\Delta l_{el} = -CRA\Delta l_0$

Änderung der Einträge von R , wenn Element k entfernt wird:

$$R_{ij}^{(k)} = R_{ij} - R_{ik}R_{jk}/R_{kk}, \quad \text{mit } i, j \neq k$$

Bedeutungskoeffizient der Elemente:

$$\lambda^{(k)} = \sigma^r / \bar{r}$$

σ^r :	Standardabweichung der Redundanzanteile
\bar{r} :	Mittelwert der Redundanzanteile

Aktorplatzierung

- Effektivität: Abdeckung des Aktuierungsraums
- Effizienz: Aufwand der Aktuierung kann nicht alleine mithilfe der Redundanzmatrix beurteilt werden
- Viele verschiedene effektive Platzierungen sind möglich

Aktorplatzierung zur Kraftmanipulation mit der Redundanzmatrix

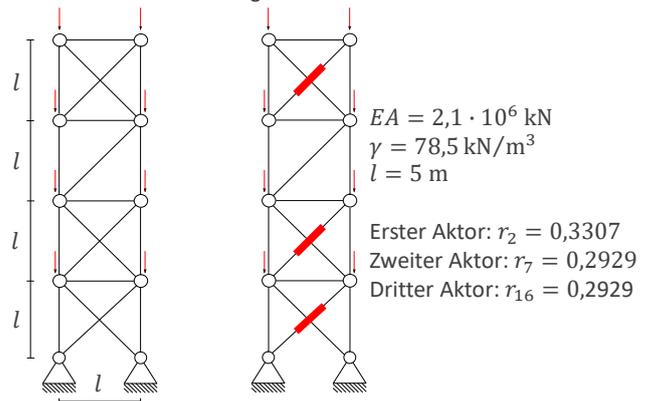
Methoden zur Aktorplatzierung

Aktive Elemente sollen so verteilt werden, dass alle Kraftzustände hervorgerufen werden können. Drei Methoden wurden entwickelt:

- Greedy-Verfahren: Zu jedem Basisvektor des Aktuierungsraums eine Zeile von R oder Spalte von CR wählen
- Ausmagerung mithilfe der Redundanzanteile
- Ausmagerung mithilfe der Bedeutungskoeffizienten

Numerisches Beispiel

Das vierstöckige Hochhaus wird durch sein Eigengewicht belastet. Da das System dreifach statisch unbestimmt ist, werden drei Aktoren eingesetzt.



$$\text{Optimierungskriterium: } f^{\text{Ziel}} = \sum_{i=1}^m |N_i^{\text{adapt}} l_i| \rightarrow \min.$$

Verbesserung des Werts der Zielfunktion um: 21,69 %

Literatur

Bahndorf: *Zur Systematisierung der Seilnetzrechnung und zur Optimierung von Seilnetzen*, Dissertation, 1991, Universität Stuttgart.

Geiger et al.: *Anwendung der Redundanzmatrix bei der Bewertung adaptiver Strukturen*, Baustatik – Baupraxis 14, 2020.