



Numerische Methoden zur Ermittlung kinematischer Mechanismen in Rahmentragwerken

Motivation und Zielsetzung

Das Stabwerksprogramm StaR² des *Instituts für Baustatik und Baudynamik* der *Universität Stuttgart* kann für die Untersuchung von Stabtragwerken unter dem Einfluss unterschiedlicher Einwirkungen genutzt werden, verfügt jedoch noch nicht über die Möglichkeit kinematische Mechanismen, also Starrkörperverschiebungen eines kinematischen Systems, grafisch darzustellen. Um z.B. bei Handrechenverfahren, die von solchen Verschiebungsfiguren Gebrauch machen, Unterstützung leisten zu können, ist die Weiterentwicklung des Programms und die Erweiterung um diese Fähigkeit vorgesehen. Dafür werden in dieser Arbeit als umfassende Vorarbeit zu einer Programmierung und Implementierung eines entsprechenden Zusatzmoduls die existierenden numerischen Verfahren ermittelt, beschrieben und untersucht, die sich für die algorithmische Umsetzung der Berechnung und Darstellung von Verschiebungsfiguren eignen.

Grundlagen und Differenzierung

Da einige Methoden auf der Analyse der Steifigkeitsmatrix des zu untersuchenden Systems basieren, werden eingangs die Aufstellung und Funktionsweise von Steifigkeitsmatrizen, sowie die direkte Steifigkeitsmethode erläutert, das Verfahren mit der die Berechnungen in StaR² auf Grundlage von Steifigkeitsmatrizen durchgeführt werden. Neben numerischen Methoden wird zudem mit dem Polplan zunächst eine zeichnerische Möglichkeit zur Brauchbarkeitsuntersuchung und Darstellung von Verschiebungsfiguren thematisiert. Es folgen die mathematischen Methoden, unterteilt in indirekte und direkte Verfahren.

Indirekte numerische Methoden

Geeignete Möglichkeiten:

- Transformation der Steifigkeitsmatrix auf Zeilenstufenform zur Lösung des homogenen Gleichungssystems aus Systemsteifigkeiten und Knotenverschiebungen
- Eigenwertberechnungen der Steifigkeitsmatrix zur Identifikation von Null-Eigenwerten
- Bezeichnung „indirekt“, da es nicht die intrinsische Aufgabe der Verfahren ist kinematische Mechanismen zu berechnen, sie aber dennoch dafür genutzt werden können

In diesem Zusammenhang werden Gleichungslöser basierend auf dem Gaußschen Eliminationsverfahren und Eigenwertrechner wie das Jacobi-Verfahren erläutert, das mit Rotationsmatrizen Ähnlichkeitstransformationen der Steifigkeitsmatrix durchführend so Eigenwerte und Eigenvektoren approximiert.

Direktes numerisches Verfahren

- Rein kinematische Betrachtungen des Systems und daher Verzicht auf überflüssige Informationen, wie sie in der Steifigkeitsmatrix enthalten sind
- Aufstellen der Zwangsbedingungsmatrix statt der Steifigkeitsmatrix, die den Aufbau, die inneren Verbundgegebenheiten und die Lagerungsbedingungen des Systems enthält
- Aufstellen und Lösen eines linearen Gleichungssystems mit den Knotenfreiheitsgraden als Unbekannten, was die Knotenverschiebungen der vorhandenen kinematischen Mechanismen in einer Verschiebungsmatrix liefert
- Höhere Effizienz bezüglich einer Computerberechnung

Anwendung der Methoden

Die behandelten Verfahren werden auf ein umfangreiches Beispieltragwerk angewendet, um ihre Funktionsweise zu erläutern und in einer vergleichenden Gegenüberstellung die geeignetste Methode für eine Implementierung in StaR² abzuleiten. Die folgende Abbildung zeigt dieses Beispieltragwerk und einen seiner, mithilfe der vorgestellten Verfahren ermittelten, kinematischen Mechanismen.

