Universität Stuttgart
Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Diellrim Fazlija

Modellierung und Simulation des Stabilitätsproblems Biegedrillknicken

Modellierung und Simulation des Stabilitätsproblems Biegedrillknicken

Axial, druckbeanspruchte Stützen erreichen oftmals nicht ihre Festigkeitsgrenze, bevor sie infolge Stabilität versagen. Die Euler-Hyperbel beschreibt die Grenze zwischen Festigkeits- und Stabilitätsversagen. Biegebeanspruchte Träger müssen nicht nur einem Spannungsnachweis genügen, denn auch diese sind in der Lage, seitlich auszuweichen und infolge Biegedrillknicken zu versagen. Infolge der Biegebeanspruchung ist besonders der Druckgurt gefährdet, seitlich auszuweichen, während der Zuggurt dabei unberührt bleibt und sich infolgedessen der gesamte Querschnitt verdreht.

Die Lage angreifender Kräfte im Querschnitt hat ebenso einen wesentlichen Einfluss darauf, ob der P-Delta-Effekt, der bei der Berücksichtigung des Gleichgewichts am verformten System nach der Theorie II. Ordnung entsteht, aktiviert wird oder ob die angreifende Kraft eine stabilisierende Wirkung auf die Seitensteifigkeit hat.

Die Beschreibung des statischen Kriteriums für Stabilität leitet sich aus dem Indifferenzkriterium des bekannten Wissenschaftlers Leonhard Euler ab und lautet, als Matrix-Vektor-Beziehung ausgedrückt:

$$\mathbf{K} * \Delta\mathbf{D} = \mathbf{0}$$

Die Lösung des Gleichungssystems läuft auf die Berechnung eines Null-Eigenwertproblems hinaus, wobei $\Delta\mathbf{D}$ den zugehörigen Beulvektor darstellt, der die Richtung angibt, in der das System instabil wird.

Mit dem Ansatz, die Steifigkeitsmatrix K in eine elastische $(\mathbf{K_e})$ und geometrische Steifigkeit $(\mathbf{K}_g)$ zu zerlegen, erhält man ein linearisiertes Problem mit dem Lasterhöhungsfaktor γ_{krit} als Ergebnis der Gleichung

$$\left(\mathbf{K_e} + \gamma * \mathbf{K_g}\right) * \Delta\mathbf{D} = \mathbf{0}$$

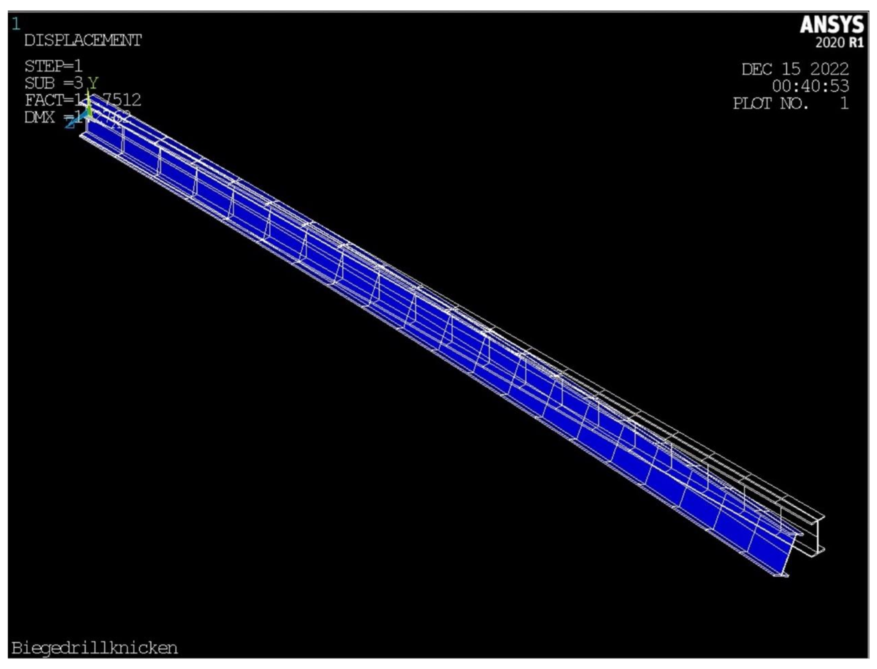
mittels des Lösungsansatzes det$(\mathbf{K_e} + \gamma * \mathbf{K_g})$=0. Das ursprünglich nichtlineare Problem wird iterativ durch mehrere lineare Rechnungen gelöst, das dem Superpositionsgesetz Gültigkeit verleiht und sich computertechnisch geschickt implementieren lässt.

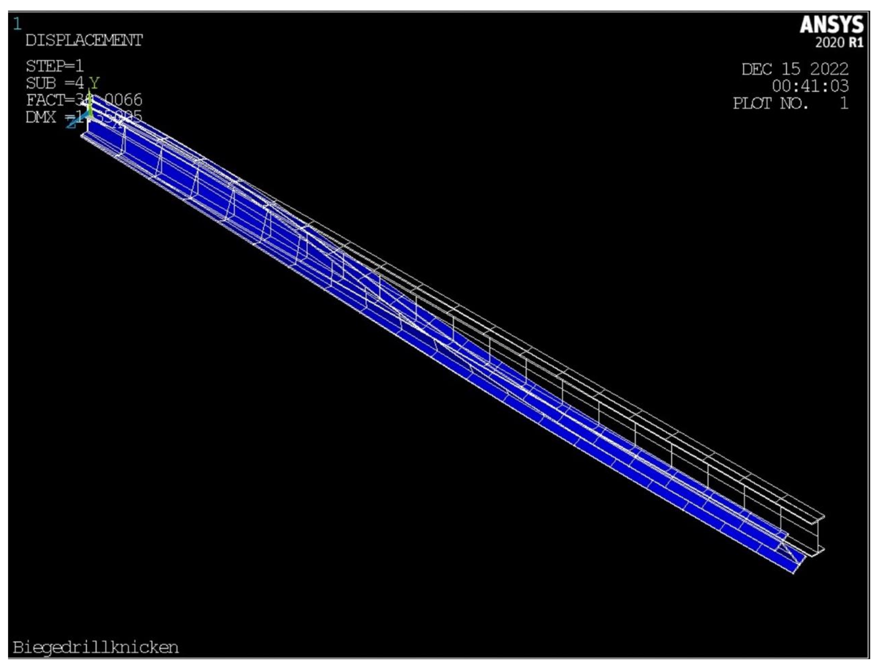
Der kleinste, von Null verschiedene Eigenwert beschreibt den kritischen Lastfaktor, bei dem die Systemsteifigkeitsmatrix erstmalig singulär wird. FE-Programme rechnen ebenfalls mit diesem Vorgehen.

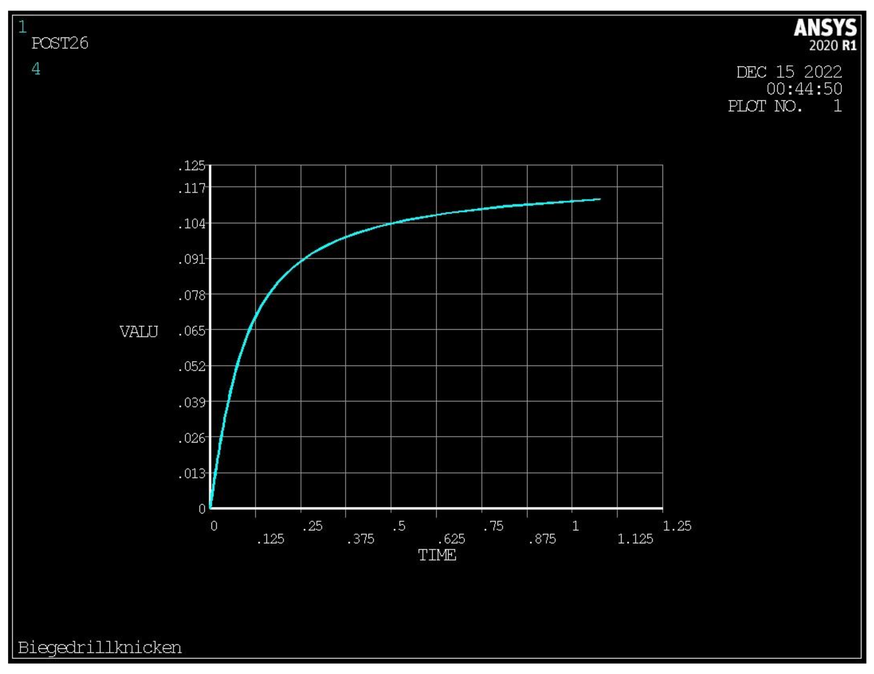
Die Forschung beschäftigt sich neuerdings damit, konstruktive Möglichkeiten bereitzustellen, das Biegedrillknicken zu verhindern und diese mittels FEM zu implementieren. Entsprechende Programme wie ANSYS dienen dazu, das Systemverhalten genauer abzubilden.

Numerisches Beispiel

Die Vorbeulanalyse eines Kragträgers (IPE 400) der Länge l=10m unter einer Einzellast (mesh 20 p.e) liefert folgende erste zwei Beulmodes für die Lastfaktoren $\gamma_1 = 11.751$ und $\gamma_2 = 30.007$ für das Biegedrillknicken des Biegeträgers:








```
*****  INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE  *****

 SET   TIME/FREQ    LOAD STEP   SUBSTEP  CUMULATIVE
   1 -30.007            1          1          1
   2 -11.751            1          2          2
   3  11.751            1          3          3
   4  30.007            1          4          4
```

```
*****  INDEX OF DATA SETS ON RESULTS FILE  *****

 SET   TIME/FREQ    LOAD STEP   SUBSTEP  CUMULATIVE
   1-0.30014            1          1          1
   2-0.11754            1          2          2
   3 0.11754            1          3          3
   4 0.30014            1          4          4
```

Den numerischen Ergebnissen entnimmt man die Tatsache, dass mit zunehmender Schlankheit des Trägers der kritische Lastfaktor γ_{krit} immer stärker abnimmt (s. Abb. unten rechts). In der Umgebung der kritischen Last (Abb. unten links, $\gamma = 0.11754$) stellt sich schlagartig ein nichtlinearer Verlauf der Last-Verschiebungs-Kurve ein (Träger, Länge l=100m) mit einer horizontalen Asymptoten (kritische Last) ein.

Konstruktiv wird das Instabilitätsphänomen durch seitliche Lagerung des Druckgurtes mittels Pfetten (Verringerung der Knicklänge) oder Dachverkleidungen ausreichender Steifigkeit verhindert.

Kooperationspartner

Alexander Müller, M.Sc.

Literatur:

Kuhlmann, U. (2020), Schlanke Tragwerke – Stabilität

Ramm, E., Bischoff, M., Forster, D. (2022), Nichtlineare Baustatik Manuskript