Universität Stuttgart
Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Walfried Kuhn

Erste Schritte für eine kausale flächenhafte Deformationsanalyse

Motivation

Die flächenhaften Deformationen eines Objektes werden anhand simulierter Lasermessungen bestimmt. Die gemessene Deformation wird als Kombination von zwei Verformungsfiguren erkannt, die jeweils ihren Ursprung in einem einwirkenden Lastfall haben. Als Ergebnis werden Schätzungen darüber erstellt, welcher Lastfall mit welcher Kraft auf das Objekt einwirkt. Ergänzende Abschätzung von Materialparametern oder Objektsteifigkeiten.

Vorgehen

Einheitsbelastungen ergeben Verschiebungsvektoren $\mathbf{u}_0^{\mathrm{i}}$, die als Basis aller möglichen Verschiebungszustände des Modells angesetzt werden.

$$\alpha \mathbf{u}_0^1 + \beta \mathbf{u}_0^2 = \mathbf{b}$$

Elimination des Nullpunktfehlers:
Durchschnittliche Verschiebungen der stationären Lagerpunkte ergeben die Größe des Nullpunktfehlers der gemessenen Punktwolke. Abzug dieser Verschiebungen von allen Messpunkten führt zur verbesserten Belastungsschätzung.

Lineares Ausgleichsproblem:
Lösung des überbestimmten LGS zur Bestimmung der multiplikativen Belastungsfaktoren α und β. Minimierung der Differenz zwischen gemessenem Verschiebungszustand und Modellverschiebung im Sinne der euklidischen Norm:

$$\|\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}\| = \min$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= (\mathbf{u}_0^1 | \mathbf{u}_0^2) = \text{Matrix der Einheitsverschiebungen} \\ \mathbf{b} &= \text{Vektor der gemessenen Verschiebungen} \\ \mathbf{x} &= (\alpha \ \beta)^{\mathrm{T}} = \text{Belastungsfaktoren} \end{aligned}$$

Kalmanfilter – Statischer Fall:
Initialisierung

- Initialzustand $\quad \hat{\mathbf{x}}_0^- = \text{Initialzustand}$
- Kovarianzmatrix $\quad \hat{\mathbf{P}}_0^- = \sigma^2 \cdot \mathbf{I}$

Prädiktion

- Präzidierter Zustand $\quad \hat{\mathbf{x}}_k^- = \tilde{\mathbf{x}}_{k-1}$
- Präzidierte Kovarianz $\quad \hat{\mathbf{P}}_k^- = \tilde{\mathbf{P}}_{k-1}$

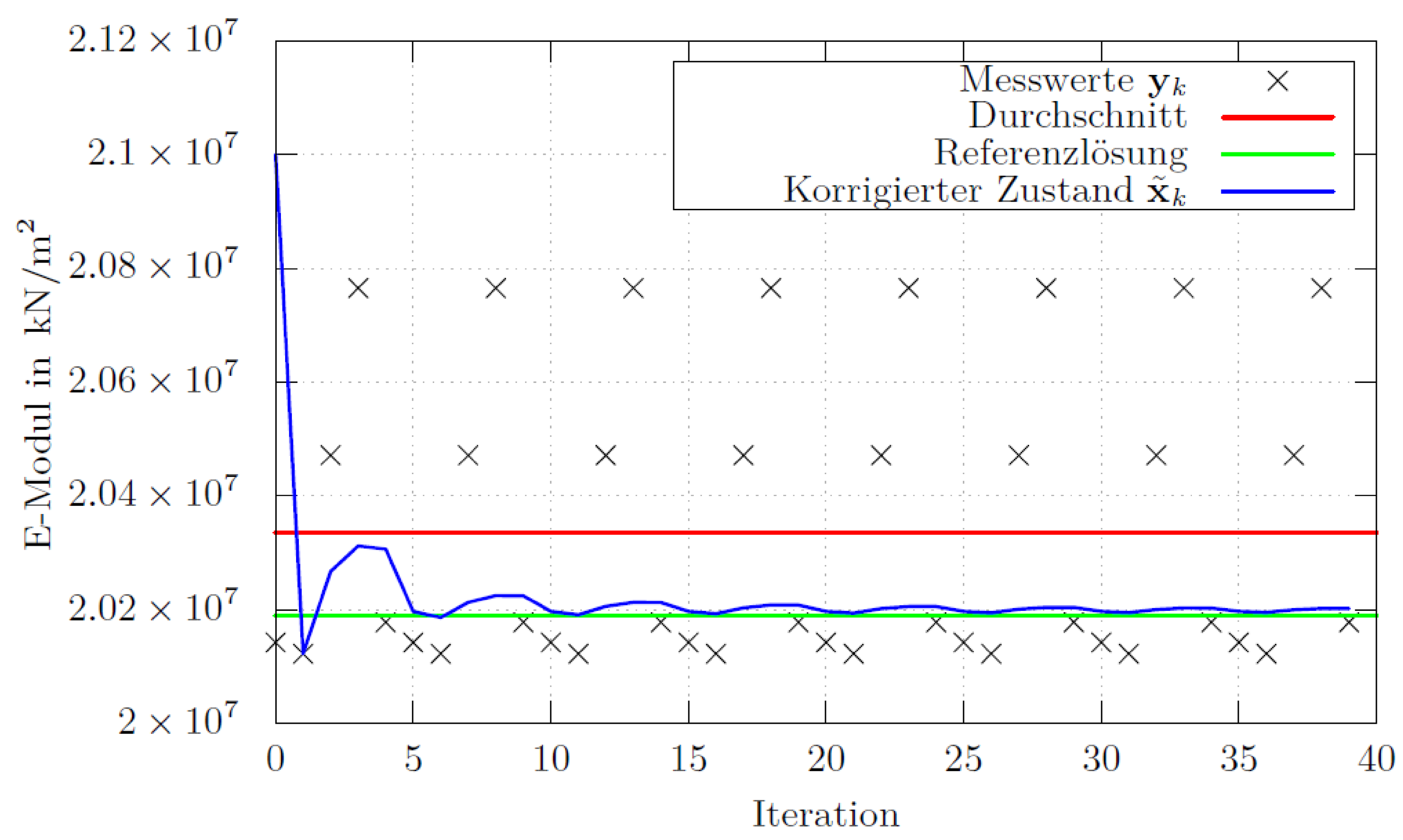
Korrektur

- Kalmanverstärkung $\quad \mathbf{K}_k = \hat{\mathbf{P}}_k^- (\hat{\mathbf{P}}_k^- + \mathbf{R}_k)^{-1}$
- Korrigierter Zustand $\quad \tilde{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k(\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k)$
- Korrigierte Kovarianz $\quad \tilde{\mathbf{P}}_k = (1 - \mathbf{K}_k)\hat{\mathbf{P}}_k^-$

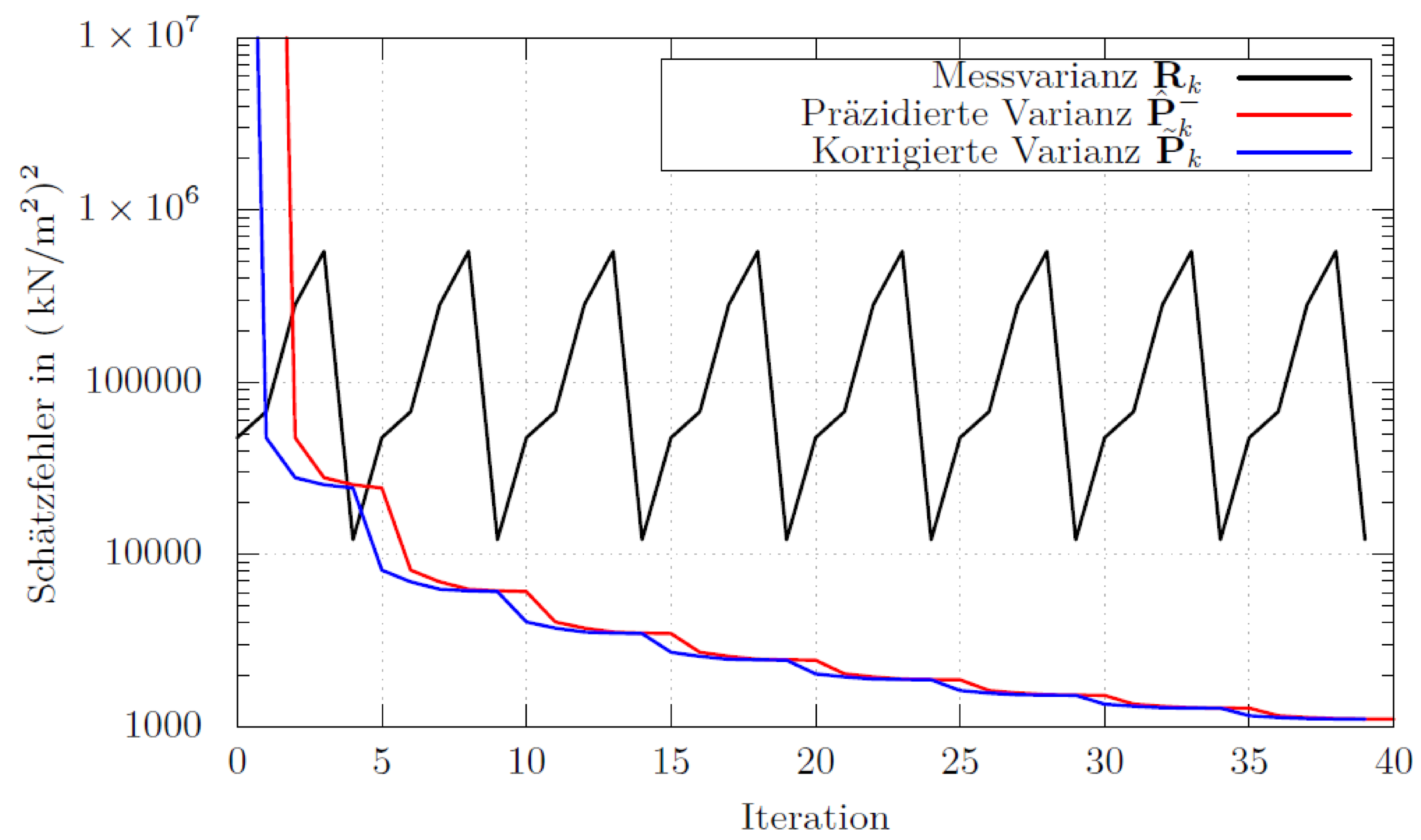
Externe Unterstützung:
Prof. Dr. Corinna Harmening
Prof. Dr.-Ing. habil. Dr. h.c. Volker Schwieger
Gabriel Kerekes, M.Sc.
Betreuer:
Alexander Müller, M.Sc.

https://www.ibb.uni-stuttgart.de

Numerisches Beispiel: Kalmanfilter



Schätzung des E-Moduls als Modellzustand über 40 Iterationen.



Präzidierte und korrigierte Varianzen im Vergleich zur Messgenauigkeit.

Literatur

- Heunecke, O; Kuhlmann, H; Welsch, W; Eichhorn, A; Neuner, H: *Auswertung geodätischer Überwachungsmessungen*, 2. Aufl. Handbuch Ingenieurgeodäsie. 2013
- Kerekes, Gabriel; Schwieger, Volker: *Determining Variance-Covariance Matrices for Terrestrial Laser Scans: A Case Study of the Arch Dam Kops*. In: *Contributions to International Conferences on Engineering Surveying*. Springer, 2021
- Marchthaler, Reiner; Dingler, Sebastian: *Kalman-Filter*. Springer Fachmedien Wiesbaden, 2017

Baustatik und Baudynamik