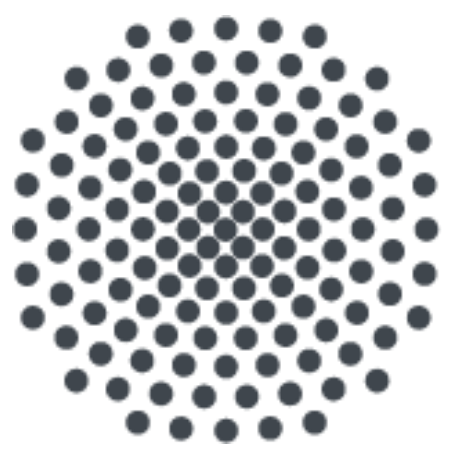




Statische Untersuchung der Kuppel der Hagia Sophia im Kontext ihrer Umbauten

Historische Umbauten

- Fertigstellung in 5 Jahren am 27.12.537
- 558 – 562 Einsturz der ersten und Erstellung der zweiten Kuppel
- Zweite Kuppel 6-7 m höher, Fertigstellung am 24.12.562
- 989 – 994 Teileinsturz westlicher Teil der Hauptkuppel
- 1346 – 1354 Teileinsturz östlicher Teil der Hauptkuppel
- Danach nachweislich keine Einstürze bekannt

Membrantheorie bei rot. sym. Schalen

- Mathematisches Modell
- Analyse dünner elastischer Kugelschalen unter verschiedenen Arten von Belastungen
- Schale im Vergleich zu ihrem Radius ist sehr dünn
- Auf die Schale wirkenden Kräfte verteilen sich gleichmäßig über ihre Oberfläche
- Betrachtung als zweidimensionale Schale
- Verformungen und Verschiebungen durch äußere Belastungen
- Verformungen werden durch die Dehnungen und Spannungen in der Membran beschrieben

Formeln

Meridiankraft: (ohne Ringstreckenlast)

$$n_{\varphi} = -\frac{Rg}{\cos \varphi + 1}$$

Meridiankraft: (mit Ringstreckenlast)

$$n_{\varphi} = -\frac{(1 - \cos \varphi) + G \sin \varphi_g}{\sin \varphi^2}$$

Ringkraft:

$$n_{\nu} = -Rg \cos \varphi - n_{\varphi}$$

Meridianrichtung:

$$u = \frac{\sin \varphi}{Eh} (1 + \nu) R \left(\int_{\varphi} \frac{n_{\varphi} - n_{\nu}}{\sin \varphi} d\varphi + C_3 \right)$$

Normalenrichtung:

$$w = \frac{R}{Eh} (n_{\nu} - \nu n_{\varphi}) - \cot \varphi$$

Aufweitung:

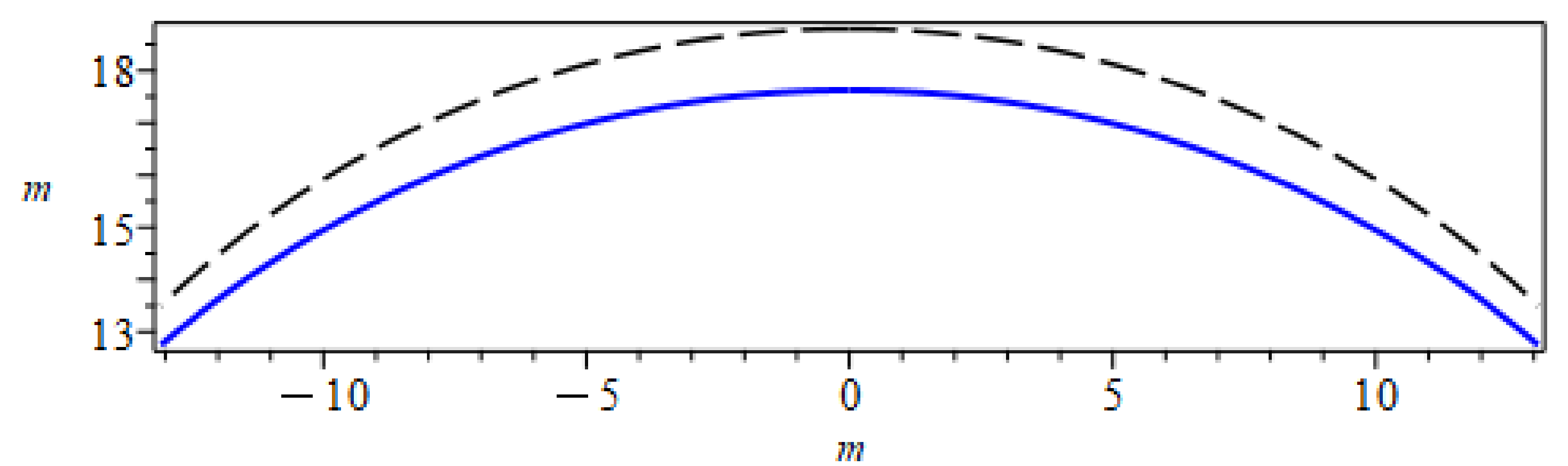
$$\Delta r = \frac{R \sin \varphi}{Eh} (n_{\nu} - \nu n_{\varphi})$$

Abschlussarbeit unter der Betreuung von
Maximilian Schilling, M. Sc.

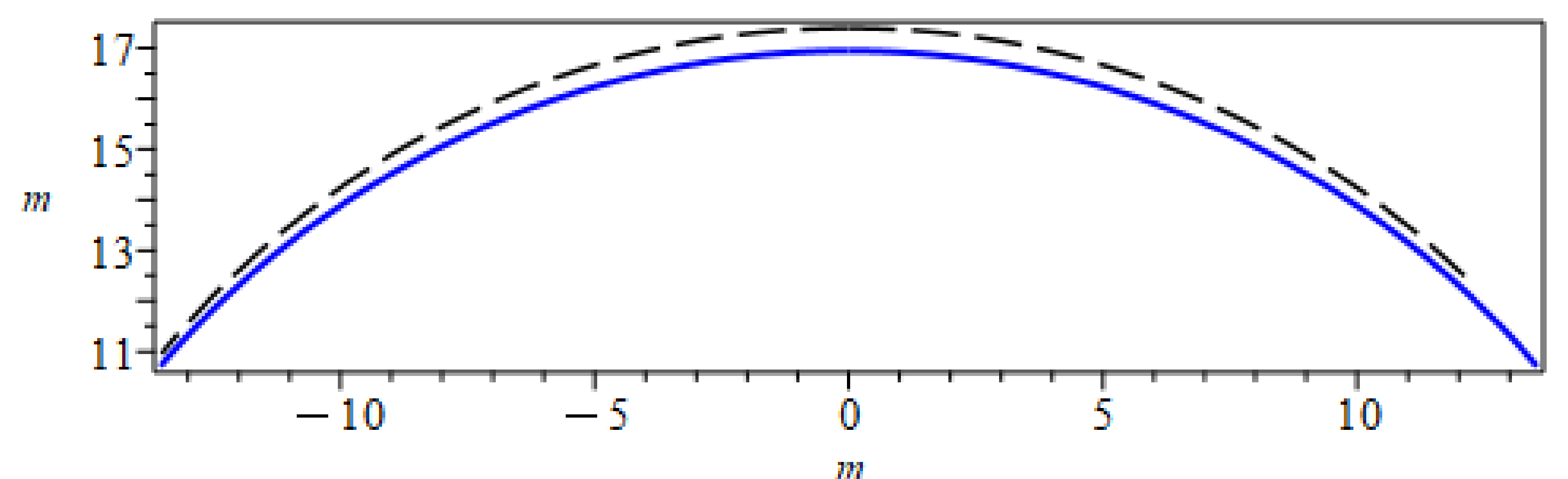
<https://www.ibb.uni-stuttgart.de>

Analytische Lösung mit Maple

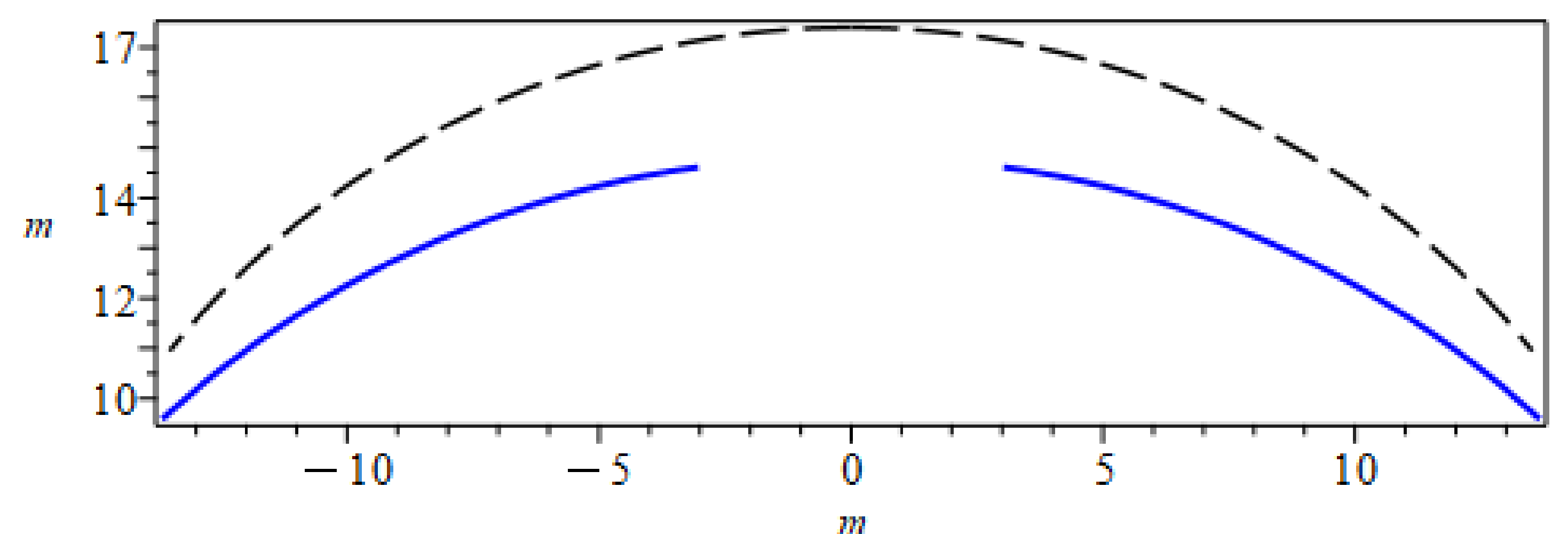
Verformungszustand:



(1) Die erste Kuppel



(2) Die zweite Kuppel ohne Ringstreckenlast



(2) Die zweite Kuppel mit Ringstreckenlast

Literatur

DUPPEL, Christoph. *Ingenieurwissenschaftliche Untersuchungen an der Hauptkuppel und den Hauptpfeilern der Hagia Sophia in Istanbul*. KIT Scientific Publishing, 2010.

THODE, Dierk. *Untersuchungen zur Lastabtragung in spätantiken Kuppelbauten*. Koldewey-Gesellschaft, 1975.