Universität Stuttgart
Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Maximilian Mahler

Traglastverfahren mithilfe von Redundanzmatrizen

Motivation

Das Traglastverfahren macht sich den Grad der statischen Unbestimmtheit und die ideale elasto-plastische Materialität zunutze um einen Traglastfaktor zu bestimmen. Aufgrund der Plastizierung während der Umlagerungsprozesse in den Lastschritten, stellt sich nach Entlastung ein Eigenspannungszustand ein. Dieser Eigenspannungszustand befindet sich im Eigenspannungsraum, der in der Arbeit durch das Bild der transponierten Redundanzmatrix erzeugt wird.

Mithilfe des Eigenspannungsraums werden Verfahren zur Ermittlung eines Lastfaktors formuliert.

Theorie

Eigenspannungszustand aus Redundanzmatrix

$\mathbf{n}_{\mathrm{eige}}$: Kräfteverteilung im Eigenspannungszustand

$\boldsymbol{\phi}_i$: Eigenvektoren des Bildes der transponierten Redundanzmatrix

α_i: Skalierungsfaktoren der Eigenvektoren

$$\mathbf{n}_{\mathrm{eige}} = \sum_i \alpha_i \boldsymbol{\phi}_i$$

Eigenspannungszustand aus Traglastverfahren:

$\mathbf{n}_{\mathrm{T}}$: Kräfteverteilung im Traglastzustand

γ_{T}: Traglastfaktor

$\mathbf{n}_0$: Kräfteverteilung im elastischen Zustand

$$\mathbf{n}_{\mathrm{eige}} = \mathbf{n}_{\mathrm{T}} - \gamma_{\mathrm{T}} \mathbf{n}_0$$

Damit kann der Eigenspannungszustand sowohl über das lastfallabhängige Traglastverfahren, als auch über die lastfallunabhängige Redundanzmatrix bestimmt werden.

$$\rightarrow \mathbf{n}_{\mathrm{T}} = \gamma_{\mathrm{T}} \mathbf{n}_0 + \textstyle\sum_i \alpha_i \boldsymbol{\phi}_i$$

Optimierung:

Über den gesamten Belastungsprozess des Traglastverfahrens hat die zusammengesetzte Gleichung Gültigkeit. Man erhält die Gleichheitsnebenbedingung

$$\gamma \mathbf{n}_0 + \textstyle\sum_i \alpha_i \boldsymbol{\phi}_i - \boldsymbol{n} = \mathbf{0}.$$

Zusätzlich muss nun die Ungleichheitsnebenbedingung

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{n} - \mathbf{n}_{\mathrm{grenz}}^{+} \\ -\boldsymbol{n} + \mathbf{n}_{\mathrm{grenz}}^{-} \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}$$

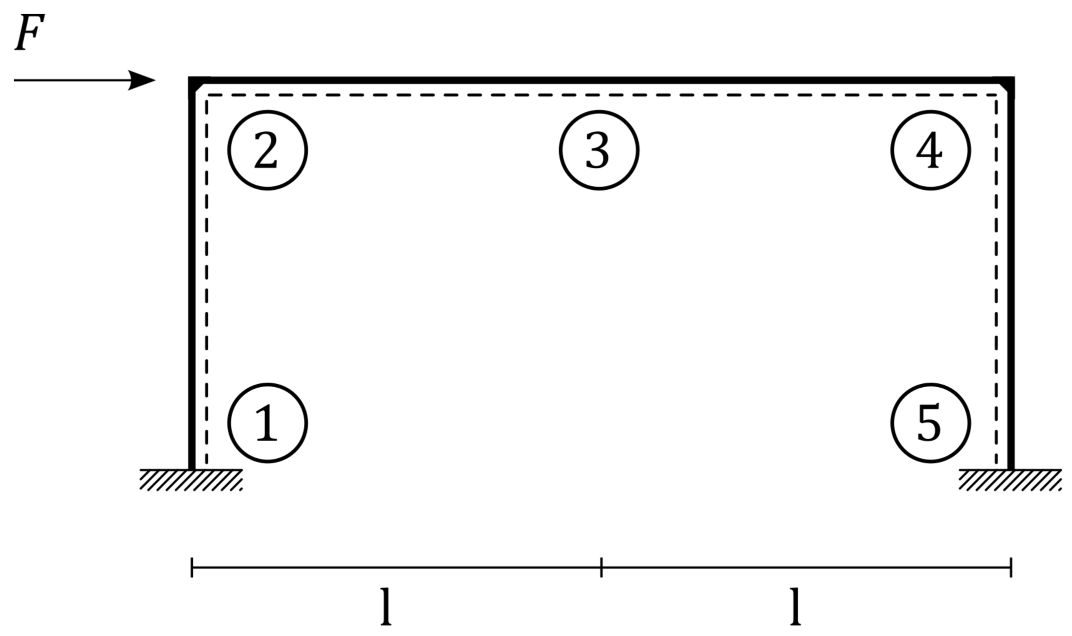
erfüllt sein. Mithilfe des Optimierungsproblems

$$\min \quad -\gamma(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{n})$$

kann schließlich ein Lastfaktor ermittelt werden. Dieser Lastfaktor stellt eine obere Grenze des Traglastfaktors dar.

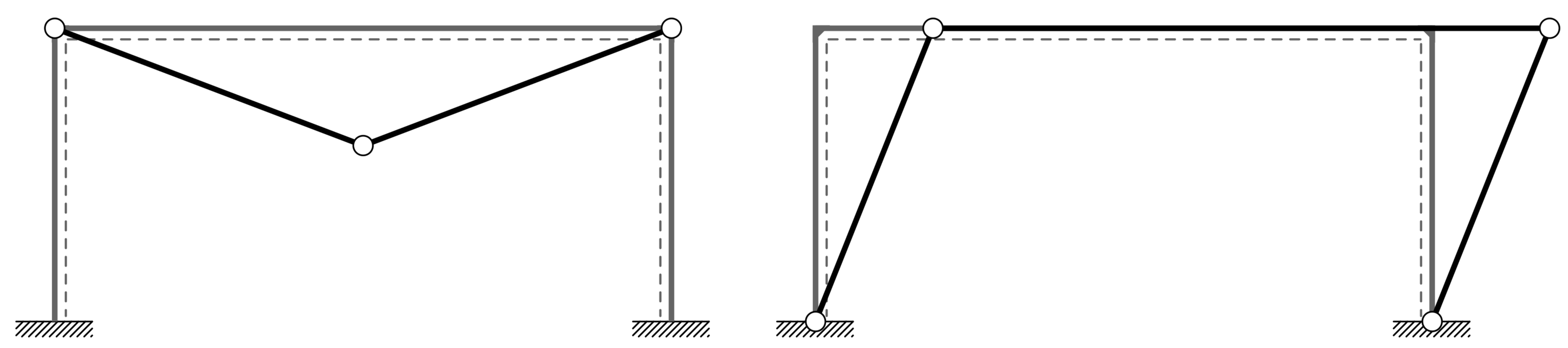
Numerisches Beispiel

Rahmen-Beispiel:



$E = 2{*}10^8\ \mathrm{kN/m^2}$
$A = 0{,}00001\ \mathrm{m^2}$
$l = 2\ \mathrm{m}$
$M_{\mathrm{pl}} = 400\ \mathrm{kNm}$
$I_y = 2{*}10^{-4}\ \mathrm{m^4}$
$F = 100\ \mathrm{kN}$

Das Beispiel soll eine alternative Möglichkeit zur Ermittlung der Vektoren, die den Eigenspannungsraum aufspannen, zeigen. Es werden die Kinematiken benötigt, die jedes mögliche Versagen darstellen können.



Die Winkeländerungen werden in einer Matrix $\boldsymbol{\Theta}$ gespeichert. Auf der Diagonale der Matrix $\mathbf{C}_{\mathrm{kin}}$ werden die plastischen Grenzmomente in den Knoten eingetragen. Werden diese Größen analog zu der Formulierung aus von Scheven (2021) ausgeführt, erhält man die Matrix $\mathbf{R}_{\mathrm{kin}}$ nach

$$\mathbf{R}_{\mathrm{kin}} = \mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}(\boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{\mathrm{kin}} \boldsymbol{\Theta})^{-1} \boldsymbol{\Theta}^{\mathrm{T}} \mathbf{C}_{\mathrm{kin}}.$$

Dabei lässt sich feststellen, dass

$$\mathrm{Bild}(\mathbf{R}_{\mathrm{kin}}^{\mathrm{T}}) = \mathrm{Bild}(\mathbf{R}^{\mathrm{T}}).$$

Literatur

von Scheven, M; Ramm, E.; Bischoff, M.: Quantification of the redundancy distribution in truss and beam structures. International Journal of Solids and Structures 213, 41-49.(2021)

Betreuung:
David Forster, M.Sc.

https://www.ibb.uni-stuttgart.de

Baustatik und Baudynamik