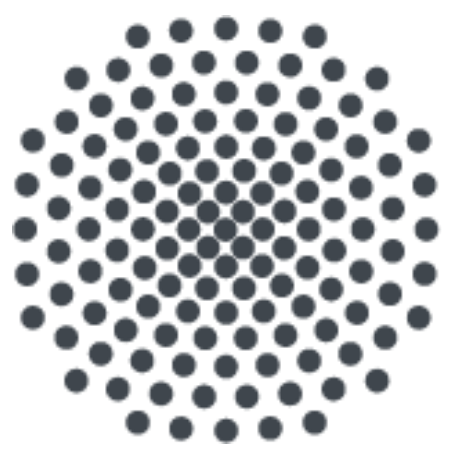




Motivation und Zielsetzung

Im Entwurfsprozess von Hochbauten muss der vertikale Lastabtrag geplant werden. Stützen werden dabei meist rasterförmig angeordnet. Bei komplexen Grundrissen ist ein regelmäßiges Stützenraster häufig nicht optimal hinsichtlich eines möglichst verformungsarmen Lastabtrags.

Ziel der Arbeit ist es, einen Algorithmus zu entwickeln, der bei einem gegebenen Grundriss eine gewünschte Anzahl an Stützen anordnet. Optimal ist diese Stützenanordnung dann, wenn die resultierende Struktur maximal steif ist.

Mathematische Topologieoptimierung

Die Zielfunktion der Optimierung ist die mittlere Nachgiebigkeit

$$c = \sum_{i=1}^{n_x} \mathbf{F}_i^T \mathbf{u}_i,$$

welche minimiert werden soll. Im Optimum ist damit auch die elastische Verzerrungsenergie minimal und die Steifigkeit des Systems maximal.

Die Stützenplatzierung ist ein diskretes Problem, da Stützen entweder vorhanden sind oder nicht. Um ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren verwenden zu können, wird das Problem kontinuierlich erweitert.

Ausgangspunkt der Optimierung ist daher ein FE-Modell, bei dem an jedem Knoten eine Feder angeordnet ist, siehe Abbildung 1 links. Als Entwurfsvariable wird an jedem Knoten die relative Federsteifigkeit

$$x_i = k_{Fi}/k_S$$

bezüglich eines vorgegebenen Maximalwerts k_S gewählt. Die Entwurfsvariablen werden iterativ verändert:

$$x_i^{\text{neu}} = x_i \left(\frac{\partial c}{\partial x_i} / \Lambda \right)^\eta$$

Der Parameter η dient zur Dämpfung der Iterationsschrittweite. Diese Optimierungsschritte werden durchgeführt bis

$$x_i \in \{0, 1\}.$$

Der Entwurfswert $x_i = 1$ bedeutet, dass am Knoten i eine Stütze platziert wird.

Zur Modellierung wird der SIMP-Ansatz (Solid Isotropic Material with Penalization) verwendet. Dabei geht die Federsteifigkeit nur zu x_i^p in die Steifigkeitsmatrix ein. Damit werden Zwischenwerte bestraft und die Optimierung führt eher zu einem diskreten Entwurf. Der Bestrafungsparameter p beeinflusst das Ergebnis signifikant.

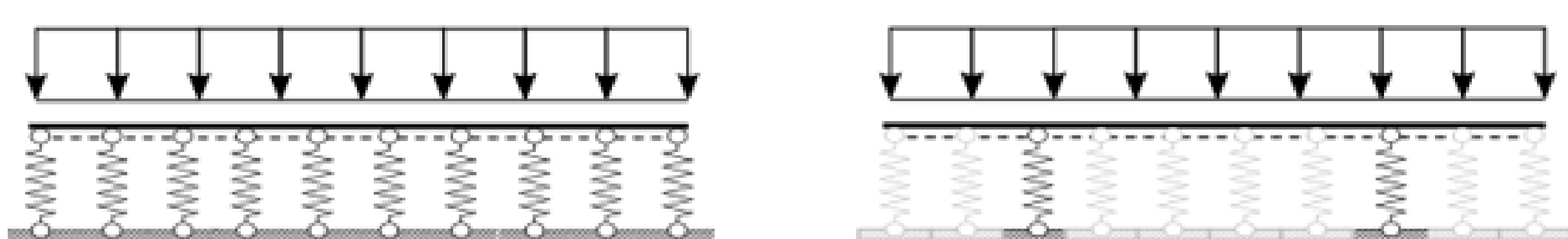


Abbildung 1: Start und Ende der Optimierung

Entwicklung einer Methode zur optimierten Platzierung von Stützen

Numerisches Beispiel

Die entwickelte Methode erlaubt es, bei beliebigen Grundrissen eine gewünschte Anzahl an Stützen zu platzieren. Beispielhaft wird eine quadratische Platte betrachtet, die eine Aussparung an der unteren Seite hat. Hier sollen neun Stützen platziert werden.

Die Parameter zur Federsteifigkeit k_S , der Bestrafung p und der Dämpfung η müssen aufeinander abgestimmt sein. Die optimale Stützenplatzierung, die mit den Werten $k_S = 1000$, $p = 3$ und $\eta = 0,5$ erreicht wird, ist in Abbildung 2 dargestellt.

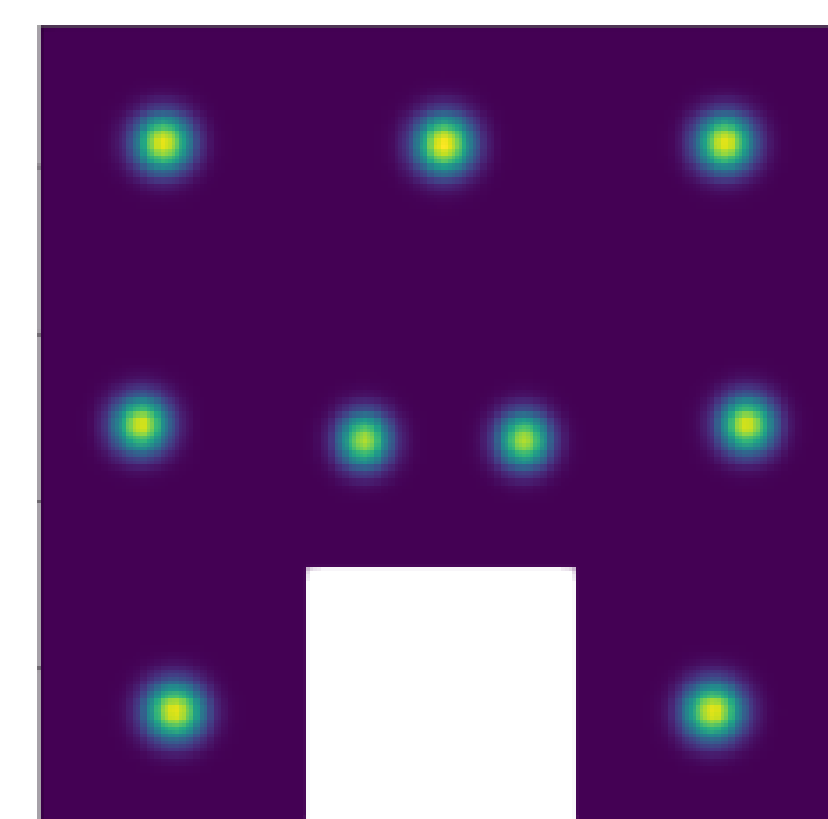


Abbildung 2: Optimale Platzierung von neun Stützen

Zusammenfassung und Ausblick

Das diskrete Problem der Stützenplatzierung wird mit dem SIMP-Ansatz kontinuierlich erweitert. Damit ist es möglich, ein gradientenbasiertes Optimierungsverfahren zu verwenden. Iterativ wird an jedem Knoten die relative Federsteifigkeit verändert, sodass eine gewünschte Anzahl an Federn verbleibt, die die Stützen modellieren.

Die Optimierungsergebnisse sind stark parameterabhängig. Weiterführende Arbeiten können sich damit beschäftigen, wie die Parameter gewählt werden sollen, um den Algorithmus robuster zu gestalten.

Literatur

Buhl, T.: *Simultaneous topology optimization of structure and supports*, Struct Multidisc Optim 23 (2002), S. 336-346