Optimierung der elastischen Grenzlast durch Massenumlagerung

Rafael Kempf

Universität Stuttgart
Fakultät für Bau- und Umweltingenieurwissenschaften

Zielsetzung

Eine wesentliche Bemessungsgröße von Tragwerken stellt die elastische Grenzlast dar. Diese kann durch eine geschickte Massenumverteilung maximiert werden, indem die Masse in stärker beanspruchten Tragwerksteilen konzentriert, und in weniger beanspruchten Bereichen reduziert wird. Ziel ist, die elastische Grenzlast von Tragwerken bei konstanter Gesamtmasse zu optimieren und dabei den Einfluss statischer Unbestimmtheit zu untersuchen.

Fully-Stressed-Design

Um die optimale Materialverteilung zu identifizieren, wird das **Fully-Stressed-Design** (FSD) als Optimalitätskriterium herangezogen. Dieses Kriterium bewertet den Lastabtrag eines Tragwerks als optimal, wenn alle Elemente gleichmäßig ausgelastet sind.

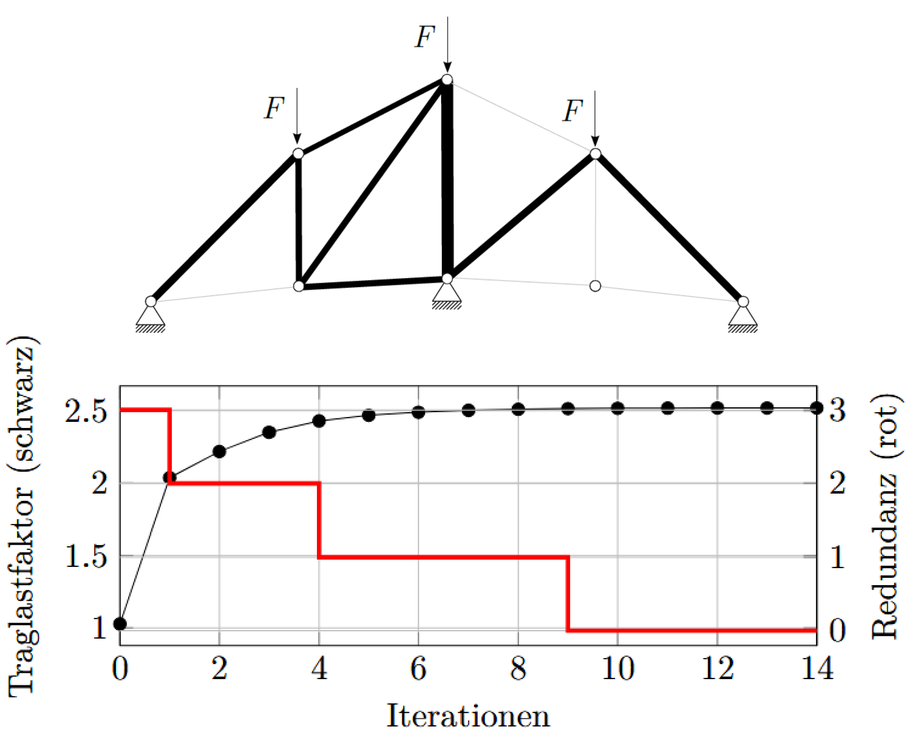
Ein FSD ist für einen Lastfall im Allgemeinen nur in statisch bestimmten Systemen realisierbar. Für statisch unbestimmte Tragwerke kann ein FSD nur erreicht werden, wenn entweder mehrere alternative Lastfälle berücksichtigt werden oder eine statisch bestimmte Subkonfiguration mit optimalem Lastabtrag identifiziert wird.

Algorithmische Umsetzung

Basierend auf der Updategleichung

$$A_i^{(k+1)} = A_i^{(k)} \left(\frac{\sigma_i^{(k)}}{\sigma_{\mathrm{i,grenz}}} \right) = A_i^{(k)}(\eta^{(k)}) \qquad i = 1, \ldots, n_{\mathrm{El}}$$

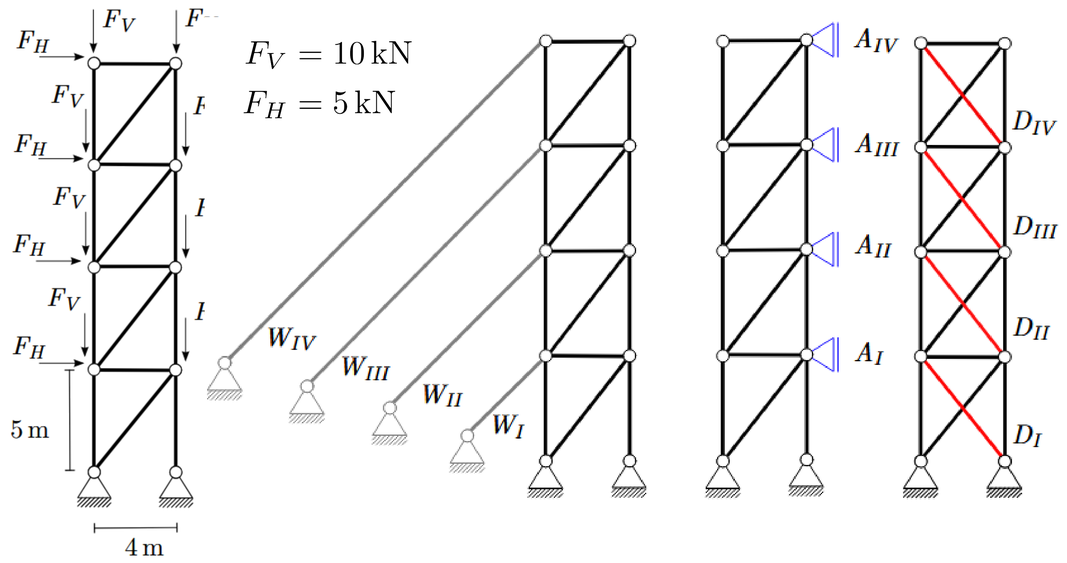
wird das FSD-Prinzip algorithmisch umgesetzt, indem Querschnittsflächen iterativ entsprechend ihrer Ausnutzung skaliert werden. Der Algorithmus konvergiert in der Regel auf eine **homogen ausgenutzte** statisch bestimmte Konfiguration des zu optimierenden Tragwerks.



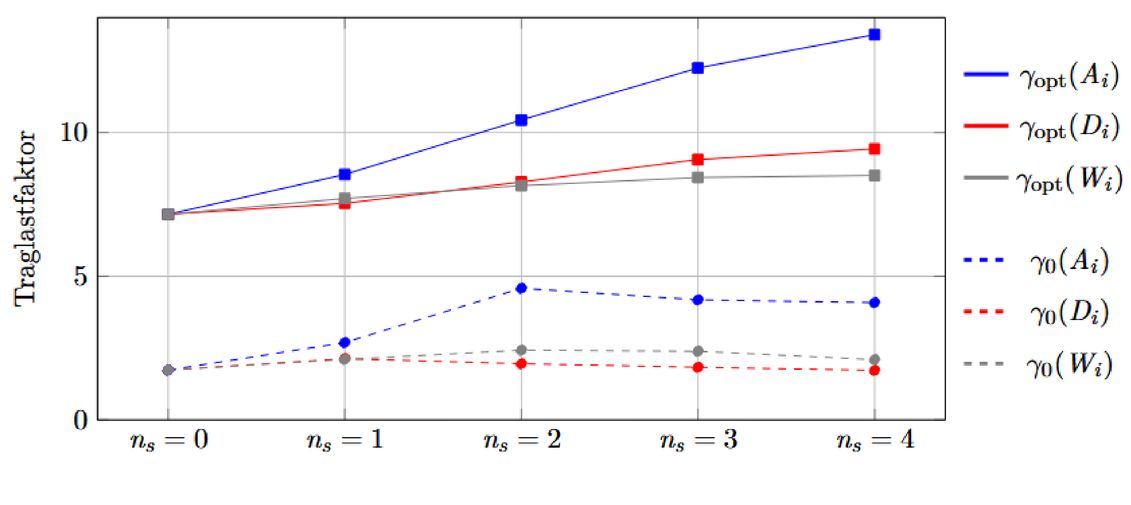
Die Updategleichung erfordert dabei in jeder Iteration eine Re-Skalierung der Querschnittsflächen, um die Erhaltung der Gesamtmasse zu gewährleisten.

Numerisches Beispiel

Ein statisch bestimmtes Hochhaus wird schrittweise um redundante Elemente erweitert, ohne die Gesamtmasse zu erhöhen.



Die erhöhte Redundanz des nichtoptimierten Tragwerks führt dazu, dass der Optimierung mehr **alternative Lastpfade** zur Verfügung stehen und die optimalen Ergebnisse verbessert werden können. Die redundanten Pendelstäbe können mit ihrer Länge und Orientierung so geschickt gewählt werden, dass ein FSD auch im statisch unbestimmten System unter einem Lastfall möglich ist.



Fazit

Es lässt sich zeigen, dass insbesondere bei Tragwerken mit hoher statischer Unbestimmtheit und somit vielen alternativen Lastpfaden sowie bei Systemen mit vielen Elementen und großen Spannungsunterschieden die Traglast durch Massenumlagerung deutlich gesteigert werden kann.

Betreuung:
Nicolai Grünvogel

Baustatik und Baudynamik