

✓

EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN ZUR ERMITTLUNG DES TRAGVERHALTENS BIEGE- UND VERDREH- BEANSPRUCHTER STÄBE MIT I- QUERSCHNITT

von

Gerhard Werner



Bericht Nr. 74 - 2

aus dem Institut für Baustatik der Universität Stuttgart

Direktor: o. Prof. Dr.-Ing. F. W. Bornscheuer

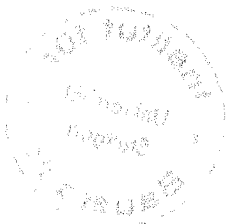
Stuttgart 1974

Dieser Bericht wurde unter dem Titel "Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Ermittlung des Tragverhaltens biege- und verdrehbeanspruchter Stäbe mit I - Querschnitt" als Dissertation von Herrn Gerhard Werner dem Fachbereich 11, Konstruktiver Ingenieurbau, der Universität Stuttgart am 25. Januar 1974 vorgelegt. Die mündliche Doktorprüfung fand am 10. Juni 1974 statt.

Berichter waren :

Prof.Dr.-Ing. F. W. Bornscheuer

Prof.Dr.-Ing. G. Hees



Berichte können durch das Institut für Baustatik der Universität Stuttgart,
7000 Stuttgart 1, Keplerstraße 11, Postfach 560, bezogen werden.

VORWORT

In den vom Institut für Baustatik der Universität Stuttgart in zwangloser Folge herausgegebenen Berichten werden in Zukunft neben anderen Institutsarbeiten auch Dissertationen veröffentlicht, die in Zusammenarbeit mit dem Institut für Baustatik entstanden sind.

Die vorliegende Dissertation entstand aus einem durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft geförderten Forschungsvorhaben, das zum Ziel hatte, die Beeinflussung des Tragvermögens eines Biegebalkens durch zusätzliche Torsionsbelastung festzustellen. Durch Versuche sollte insbesondere ermittelt werden, wie sich die Wölbnormalspannungsverteilung bei Walzprofilen nach Überschreiten der Fließgrenze verändert. Es sollte nachgewiesen werden, daß auf eine genaue Berechnung der relativ großen Wölbnormalspannungen nach der Elastizitätstheorie bei vorwiegend ruhender Belastung verzichtet werden kann. Die durchgeführten Experimente zeigten, daß die Gleichgewichtsgruppe der Wölbnormalspannungen ähnlich wie Schweißbeigenspannungen die Traglast nicht meßbar beeinflusst. Natürlich müssen die neben den Biegemomenten vorhandenen Torsionsmomente einwandfrei vom Balken aufgenommen und zu den Widerlagern übertragen werden. Im Stahlhochbau kann eine vereinfachte Bemessung durchgeführt werden: beim Spannungsnachweis genügt es, den Torsionseinfluß durch die St. Venant'schen Schubspannungen zu berücksichtigen, wie nicht nur durch Versuche, sondern auch anhand ausführlicher physikalisch- und geometrisch-nichtlinearer Berechnungen nachgewiesen wird.

F. W. Bornscheuer

ZUSAMMENFASSUNG

In experimentellen Untersuchungen an 44 Walzprofilträgern wurde das Tragverhalten biege- und verdrehbeanspruchter Stäbe unter besonderer Beachtung der aus Wölbbehinderung resultierenden Zwängungsspannungen verfolgt und durch theoretische Überlegungen gedeutet. Die zur Bestimmung der Grenztragfähigkeit und Erstellung von Interaktionsdiagrammen erarbeiteten Kriterien sind diskutiert.

Das erstellte Rechenprogramm löst das Biege-Torsionsproblem mit Hilfe des Übertragungsverfahrens, wobei physikalische wie geometrische Nichtlinearität iterativ berücksichtigt werden. Die durch die Versuchsergebnisse bestätigten Resultate legen einen vereinfachten Tragfähigkeitsnachweis nahe, der auf die Berücksichtigung der Wölbnormalspannungen verzichtet.

SUMMARY

The static response of 44 I-beams under bending and torsion is investigated both experimentally and theoretically. Herein specific consideration is given to the stresses caused by the warping constraint of the structure.

Several criteria for finding the limit load and for determining interaction diagrams are discussed.

The corresponding computer-program for solving the problem of combined bending and torsion is based upon the matrix-transfer-method. An iterative scheme is used considering the material and geometrical nonlinearities. The results confirmed by the tests indicate the possibility of a simplified determination of the load carrying capacity neglecting the effect of the normal stresses due to warping.

RÉSUMÉ

Le comportement des barres sollicitées en flexion et torsion a été étudié par des recherches expérimentales sur 44 profilés sous considération particulière des contraintes de coaction résultantes du gauchissement gêné et a été expliqué par des considérations théorétiques. Les critères établis pour la définition de l'état limite ultime et servant de base aux diagrammes d'interaction sont discutés.

Le calcul électronique livre après itération la solution du problème "flexion-torsion" usant la méthode des matrices transferts et considérant la non-linéarité physique et géométrique. Se basant sur ces résultats une définition simplifiée de la résistance est proposée renonçant à la prise en compte des contraintes normales du gauchissement.

<u>INHALTSVERZEICHNIS</u>	Seite
<u>ÜBERSICHT ÜBER DAS SCHRIFTTUM</u>	5
<u>DEFINITIONEN UND BEZEICHNUNGSWEISE</u>	10
1. <u>EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG</u>	13
1.1. Belastung und Formgebung stabförmiger Tragglieder	13
1.2. Spannungsnachweis und Traglastberechnung biege- und längsbeanspruchter Stäbe	14
1.3. Der verdrehbeanspruchte Stab	15
1.4. Torsion und Biegung, Interaktion im elastischen und plastischen Bereich	23
1.5. Zielvorstellungen der Untersuchungen	28
2. <u>ENTWURF DES VERSUCHSPROGRAMMES UND DURCHFÜHRUNG DER EXPERIMENTELLEN UNTERSUCHUNGEN</u>	29
2.1. Voruntersuchungen	30
2.2. Entwurf der Versuchsvorrichtung für die Hauptversuchsreihe	32
2.3. Hauptversuchsreihe	38
2.3.1. Umfang des Versuchsprogrammes	38
2.3.2. Querschnittsabmessungen und Festigkeitskennwerte	42
2.3.3. Meßmethoden, Anordnung der Meßstellen und Versuchsvorbereitung	42
2.3.4. Durchführung der Versuche	45
2.4. Dokumentation der Meßergebnisse	48
2.4.1. Verformungsmessungen - Durchbiegung v_{ym} und Endverdrehung ϑ_E	48
2.4.2. Dehnungen ϵ	49
3. <u>AUSWERTUNG DER VERSUCHSERGEBNISSE</u>	50
3.1. Das Tragverhalten des biegebeanspruchten Stabes	50
3.2. Das Tragverhalten des verdrehbeanspruchten Stabes	53
3.2.1. St. Venant'sche Torsion	55
3.2.2. Wölbkraft-Torsion	63
3.3. Das Tragverhalten des gleichzeitig biege- und verdrehbeanspruchten Stabes	66
3.3.1. Biegung und St. Venant'sche Torsion	67
3.3.2. Biegung und Wölbkraft-Torsion	69

<u>INHALTSVERZEICHNIS - Fortsetzung -</u>		Seite
4.	<u>BEURTEILUNGSKRITERIEN ZUR AUFFINDUNG VON INTERAKTIONSDIAGRAMMEN</u>	69
4.1.	Berücksichtigung ungewollter Parameter	70
4.1.1.	Ungleiche Streckgrenze β_S	71
4.1.2.	Unterschiedliche Querschnittsabmessungen	72
4.1.3.	Unterschiedliche Systemabmessungen	74
4.2.	Aussagefähigkeit der gewählten Kriterien	74
5.	<u>INTERAKTIONSDIAGRAMME BIEGUNG/TORSION</u>	77
5.1.	Erstellung der Interaktionsdiagramme	77
5.2.	Auswertung und Deutung	81
6.	<u>RECHNERISCHE ERMITTLUNG DES TRAGVERHALTENS UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON PLASTIZIERERSCHINUNGEN</u>	87
6.1.	Aufbau des Rechenprogrammes	88
6.2.	Lösung der Teilaufgaben bei Erstellung des Rechenprogrammes	91
6.2.1.	Berechnung des Torsionslastfalles, Theorie I. Ordnung	91
6.2.2.	Berechnung des Biegelastfalles	94
6.2.3.	Näherungsweise Berücksichtigung von Verformungs- einflüssen (Torsionslastfall Theorie II. Ordnung)	99
6.2.4.	Berücksichtigung von Plastiziervorgängen	100
6.2.4.1.	Schnittgrößen und Verformungen am teilplasti- zierten Querschnitt	101
6.2.4.2.	Berücksichtigung der Torsionsschubspannungen τ_T^I	106
6.2.4.3.	Ermittlung der reduzierten Steifigkeiten K	107
6.3.	Ablauf des Rechenprogrammes und Ergebnisausgabe	111
7.	<u>ZUSAMMENFASSUNG</u>	118
	<u>ANLAGEN</u>	121

ÜBERSICHT ÜBER DAS SCHRIFTTUM

Die theoretischen Grundlagen zur Lösung des Spannungsproblems des biege- und verdrehbeanspruchten Stabes wurden für den Stabilitätsfall des kippgefährdeten Biegeträgers von Prandtl [37] und Timoshenko [38] erarbeitet; Das Problem des Biegedrillknickens behandelte Kappus [39]; durch das von Chwalla [40, 41] angegebene gekoppelte Differentialgleichungssystem wird das Stabilitätsverhalten längs- und querbeanspruchter Stäbe in allgemeiner Form beschrieben.

Von Steinbach [14], Dabrowski [15], Dreher [16], Pettersson [17] und anderen ist als Lösung des Spannungsproblems 2. Ordnung das Tragverhalten des elastischen, biege- und verdrehbeanspruchten Stabes näherungsweise mit dem Verfahren von Ritz, dem Differenzenverfahren oder der Integralgleichungsmethode bestimmt worden.

Carl [12] untersucht die Beeinträchtigung des Tragverhaltens längs- und querbeanspruchter Stäbe bei Berücksichtigung der nach Theorie 2. Ordnung ermittelten Schnittgrößenanteile unter der Voraussetzung elastischen Werkstoffverhaltens. Aufbauend auf dieser Arbeit hat Lindner [42] erstmals den Versuch unternommen, bei der rechnerischen Ermittlung der Tragfähigkeit eines gleichzeitig längs-, biege- und verdrehbeanspruchten Stabes mit I-Querschnitt Plastizierungserscheinungen zu berücksichtigen.

Zur experimentellen Bestimmung des Tragverhaltens verdrehbeanspruchter Stäbe mit dünnwandigem, offenem Querschnitt wurden von Lyse [31], Farwell [21], Dinno [22], Klöppel [25], Piero [33] und anderen Versuchsreihen durchgeführt. Als gezielte Untersuchung zur Ermittlung der Interaktion zwischen Biege- und Verdrehbeanspruchung im überelastischen Bereich sind lediglich die Versuche von Strelbizkaia [28] bekannt.

Die vorliegende Arbeit beschreibt Entwurf und Durchführung von Traglastversuchen an biege- und verdrehbeanspruchten I-Trägern unter besonderer Berücksichtigung der Verformungseinflüsse und Plastizierungserscheinungen. Ein Rechenprogramm ermöglicht es, das experimentell ermittelte Tragverhalten theoretisch nachzuvollziehen. Ziel ist die Entwicklung einfacher Modellvorstellungen und praktikabler Berechnungsvorschläge zur Beurteilung der Tragfähigkeit von Baugliedern, bei denen infolge Wölbbehinderung Zwangsgrößen auftreten, die bei rein elastischer Betrachtungsweise überbewertet würden.

LITERATUR

- [1] Richtlinien zur Anwendung des Traglastverfahrens im Stahlbau.
(DAST-Richtlinie 008, Mai 1972)
- [2] Bornscheuer, F.W. Systematische Darstellung des Biege- und Verdrehvorganges unter besonderer Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion.
Der Stahlbau, H. 1, 1952
- [3] Hees, G. Torsion II, Wölbkrafttorsion dünnwandiger Querschnitte.
Skriptum eines Fortbildungskurses des Instituts für Baustatik der Universität Stuttgart 1972
- [4] Lindenberger, H. Vergleich und Analogiebetrachtung der Lösungen für biegebeanspruchte und verdrehungsbeanspruchte Stabwerke.
Der Stahlbau, H. 1, 3, 1953
- [5] Bornscheuer, F.W. Analogiebetrachtungen zur Differentialgleichung der Wölbkrafttorsion.
Umdruck des Institutes für Baustatik der Universität Stuttgart, 1963
- [6] Duddeck, H. Seminar "Traglastverfahren".
Bericht Nr. 72-6 aus dem Institut für Statik der Universität Braunschweig, 1972/1973
- [7] Oxfort, J. Traglastverfahren im Stahlbau.
Vorlesungsskriptum des Instituts für Stahlbau und Holzbau der Universität Stuttgart, 1972/1973
- [8] Bornscheuer, F.W. Schweißanschlüsse torsionsbeanspruchter Träger mit I, C- und L-Querschnitten.
Schweißen und Schneiden, Jg. 13, H. 3, 1961
- [9] Vircik, J. Berechnung der Bimomente ...
Pozemni stavby, 1966, Nr. 9
- [10] Bäcklund, J.
Akesson, B. Plastisches Saint-Venant'sches Torsionswiderstandsmoment offener Walzprofile.
Der Stahlbau, H. 10, 1972
(siehe auch Der Stahlbau, H. 1 und 3, 1973)

LITERATUR

- [11] Dinno, K.S.,
Merchand, W. A Procedure for Calculating the Plastic Collapse
of I-Sections under Bending and Torsion.
The Structural Engineer, Vol. 43, No. 7, 1965
- [12] Carl, J. Näherungslösung des nichtlinearen Biege-Torsions-
problems für dünnwandige Stäbe mit offenem Profil.
Dissertation TU Berlin, 1969
- [13] Kollbrunner, C.F.,
Hajdin, N. Betrachtungen zur Theorie der dünnwandigen Stäbe
und ihrer Anwendung im Bauwesen.
Schweizerische Bauzeitschrift, 84. Jg., H. 41, 1966
- [14] Steinbach, W. Die Theorie 2. Ordnung für den räumlich belasteten
Stab. Stahlbau und Baustatik - Aktuelle Probleme.
Springer-Verlag Berlin 1965
- [15] Dabrowski, R. Zum Problem der gleichzeitigen Biegung und Torsion
dünnwandiger Balken.
Der Stahlbau, H. 4, 1960
- [16] Dreher, W. Ein Beitrag zur Berechnung des auf Biegung und
Torsion beanspruchten Balkens mit I-Querschnitt.
Dissertation Universität Stuttgart, 1963
- [17] Petterson, O. Combined Bending and Torsion of Simply Supported
Beams of Bisymmetrical Cross Section.
Transactions of the Royal Inst. of Technology, Stock-
holm, Nr. 29, 1949
- [18] Hildenbrand, P. Ein Beitrag zum Biege-Torsions-Problem dünnwandiger
Balken mit beliebigem offenem Querschnitt nach Theorie
II. Ordnung.
Dissertation, Stuttgart 1970
- [19] Steinle, A. Torsion und Profilverformung.
Dissertation Universität Stuttgart, 1967.
- [20] Harrison, T. The Effect of Transverse Straps on the Bending and
Torsional Behaviour of a Thin-Walled Prismatic Beam
of Open Cross-Sectional Profile.
Int. J. Mech. Sci., Vol. 11, 1967
- [21] Farwell, Ch.R.,
Galambos, T.V. Nonuniform Torsion of Steel Beams in Inelastic Range.
Proc. Am. Soc. Civ. Eng. Structural Div., ST 12, 1969

LITERATUR

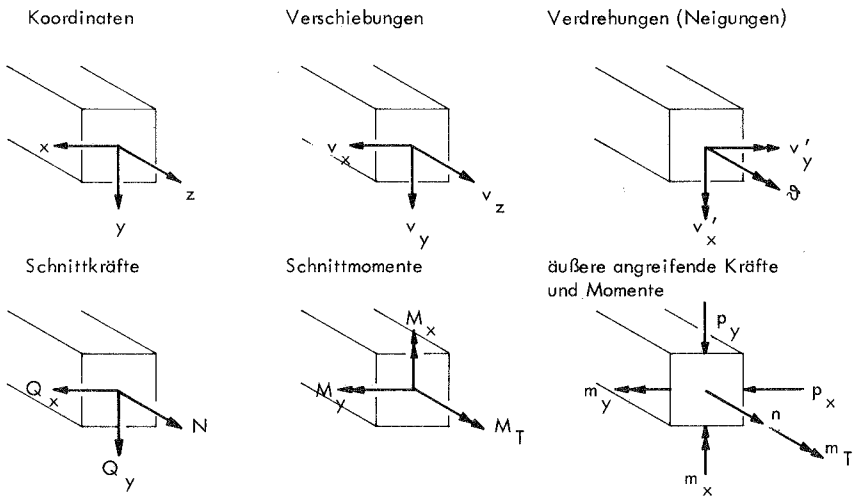
- [33] Piero, G. del, Gucci, N. Indagine sperimentale sulla distribuzione delle tensioni normali in una trave a I. Soggetta a torsione non uniforme. Universität Pisa, Vol. X., 1969
- [34] Trefftz, E. Über die Wirkung einer Abrundung auf die Torsionsspannungen in der inneren Ecke eines Winkelblechs. ZAMM, Bd. 2, H. 4
- [35] Kindem, S.E. Biegung, Drehung und Knickung gerader Stäbe mit offenem Profil. Dissertation Trondheim, 1944
- [36] Nylander, H. Drehungsvorgänge und gebundene Kippung bei geraden, doppelsymmetrischen I-Trägern. Royal Swedish Inst. for Eng. Research, Proc. Nr. 174
- [37] Prandtl, L. Kipperscheinungen. Dissertation München 1899
- [38] Timoshenko, S. Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie. Z.f.Math.u.Physik 1910
- [39] Kappus, R. Drillknicken zentrisch gedrückter Stäbe mit offenem Profil im elastischen Bereich. Luftf.-Forschung 1937
- [40] Chwalla, E. Einige Ergebnisse der Theorie des außermittig gedrückten Stabes mit dünnwandigem offenem Profil. Forschungsheft a.d.Gebiet des Stahlbaues, H.6, Berlin 1943
- [41] Chwalla, E. Die Kippstabilität gerader Träger mit doppelsymmetrischem Querschnitt. H.2 d. DStV, Berlin 1939
- [42] Lindner, J. Näherungsweise Ermittlung der Traglasten von auf Biegung und Torsion beanspruchten I-Trägern. Dissertation Berlin 1970

DEFINITIONEN UND BEZEICHNUNGSWEISE

Zur Beschreibung eines kombinierten Biege- und Verdrehvorganges werden in der Literatur die unterschiedlichsten Bezeichnungen verwendet.

Teilweise wird es als zweckmäßig angesehen, die Querschnittsebene - wie im Stahlbau üblich - als x-y-Ebene zu definieren, wobei mit der in Stablängsrichtung zeigenden z-Achse ein Rechtssystem entsteht (Dreher [16], Hees [3]). Andere Verfasser (Bornscheuer [2], Carl [12], Lindner [42]) ziehen es vor, nach der in der Baustatik üblichen Vereinbarung die Stablängsachse als x-Richtung zu definieren.

Im folgenden werden Querschnittskenngößen, Schnittgrößen und Verformungen nach der von Hees [3] vorgeschlagenen Definition unter Verwendung der von Bornscheuer [2] ausgearbeiteten Systematik bezeichnet.



SCHNITTGRÖSSEN

$$\begin{aligned}
 N &= \int \sigma \, dF \\
 M_x &= \int \sigma \, x \, dF \\
 M_y &= \int \sigma \, y \, dF \\
 M_w &= \int \sigma \, w \, dF \\
 Q_x &= \int \tau_{zx} \, dF \\
 Q_y &= \int \tau_{zy} \, dF \\
 M_T &= \int (\tau_{zy} \, x - \tau_{zx} \, y) \, dF \\
 M_T^{II} &= \int \tau_s \, r_t \, t \, ds \\
 M_T^I &= M_T - M_T^{II}
 \end{aligned}$$

FLÄCHENINTEGRALE

$$\begin{aligned}
 F &= \int dF \\
 F_x &= \int x \, dF \\
 F_y &= \int y \, dF \\
 F_w &= \int w \, dF \\
 F_{xx} &= \int x^2 \, dF \\
 F_{yy} &= \int y^2 \, dF \\
 F_{ww} &= \int w^2 \, dF \\
 F_{xxyy} &= \int x^2 \, y^2 \, dF \\
 F_{xxxx} &= \int x^4 \, dF \\
 F_{yyyy} &= \int y^4 \, dF
 \end{aligned}$$

BEZIEHUNGEN ZWISCHEN
DEN SCHNITTGRÖSSEN

$$\begin{aligned}
 d M_x / dz &= Q_x \\
 d M_y / dz &= Q_y \\
 d M_w / dz &= M_T^{II}
 \end{aligned}$$

KONSTITUTIVE GLEICHUNGEN

$$\begin{aligned}
 M_x &= - E F_{xx} \, v_x'' \\
 M_y &= - E F_{yy} \, v_y'' \\
 M_w &= - E F_{ww} \, \vartheta'' \\
 M_T^I &= G J_T \, \vartheta'
 \end{aligned}$$

WERKSTOFFKENNWERTE

E	Elastizitätsmodul	
G	Schubmodul	
β_S	Streckgrenze	(σ_{FL})
β_Z	Zugfestigkeit	(σ_B)

QUERSCHNITTSKENNWERTE im Stahlbau übliche Bezeichnung

h	Profilhöhe	h
b	Flanscbreite	b
s	Stegdicke	s
t	Flanschdicke	t
F	Fläche	F
F_x	Statische	S_y
F_y	Flächenmomente	S_x
F_{xx}	Biegeträgheits-	J_y
F_{yy}	momente	J_x
F_{ww}	Wölbträgheitsmoment (Wölbwiderstand)	C_M
J_T	St. Venant'scher Torsions- widerstand	J_D
λ	Abklingfaktor	

LASTEN, SCHNITTGRÖSSEN

P_x	angreifende Einzellasten
P_y	
Q_x	Querkräfte
Q_y	
M_x	Biegemomente
M_y	
N	Längskraft
M_T	angreifendes Torsionsmoment
M_T^I	Primärtorsionsmoment
M_T^{II}	Sekundärtorsionsmoment
M_w	Wölbmoment

1. EINLEITUNG UND PROBLEMSTELLUNG

1.1. Belastung und Formgebung stabförmiger Tragglieder

Die im Stahlhochbau gebräuchlichen stabförmigen Tragglieder finden als vornehmlich längsbeanspruchte "Stäbe" (Fachwerk, Stützen) und vorwiegend biegebeanspruchte "Balken" (Deckenträger, Kranbahnträger etc.) Verwendung. Die Formgebung der Querschnitte – und damit die Optimierung des Traggliedes für den jeweils vorliegenden Belastungszustand – kann sich jedoch nicht ausschließlich nach dem Gesichtspunkt richten, unter möglichst geringem Materialaufwand die zugelassenen Spannungen und Deformationen einzuhalten. Insbesondere die Berücksichtigung fertigungstechnischer und baupraktischer Gesichtspunkte führt in der Regel der Fälle zur Verwendung von prismatischen und im Hinblick auf Anschlüsse und Verbindungen "offenen" Profilen. Wenn auch Mindestdicken zur Vermeidung örtlicher Instabilitäten einzuhalten sind, so können doch alle gängigen, in den Normen DIN 1025, 1026, 1028 und 1029 aufgeführten Querschnitte als "offene dünnwandige Profile" angesprochen werden.

Während bei Sonderbauwerken (z.B. Brücken) die Anpassung des Querschnittes an die örtlichen Beanspruchungsverhältnisse sinnvoll ist, wird dieses Vorgehen bei den Traggliedern des Stahlhochbaues oft unwirtschaftlich und unzweckmäßig. Die Verwendung der genannten Walzprofile bildet einen Kompromiß, wobei nur die beschränkte Möglichkeit besteht, je nach Hauptbeanspruchungsart ein Profil der jeweils günstigsten Form zu verwenden. Bei einachsiger Biegebeanspruchung bieten sich I, IPE und L an, bei zweiachsiger Biegung sowie Biegung mit Längskraft wird man die Reihen IPB I, IPB und IPBv verwenden.

Allen diesen offenen Profilen ist jedoch gemeinsam, daß sie zur Aufnahme von Torsionsmomenten nicht sonderlich geeignet sind. Bei planmäßig auftretender Verdrehbeanspruchung wird man deshalb geschlossenen Profilen den Vorzug geben, die bei gleichem Materialaufwand mit gleicher Biegesteifigkeit, aber um ein bis zwei Größenordnungen erhöhter Torsionssteifigkeit ausgestattet sind. Auf Bild 1.1 ist dieser Zusammenhang für die I-Profilreihen und die entsprechenden "Ersatzkastenquerschnitte" dargestellt.

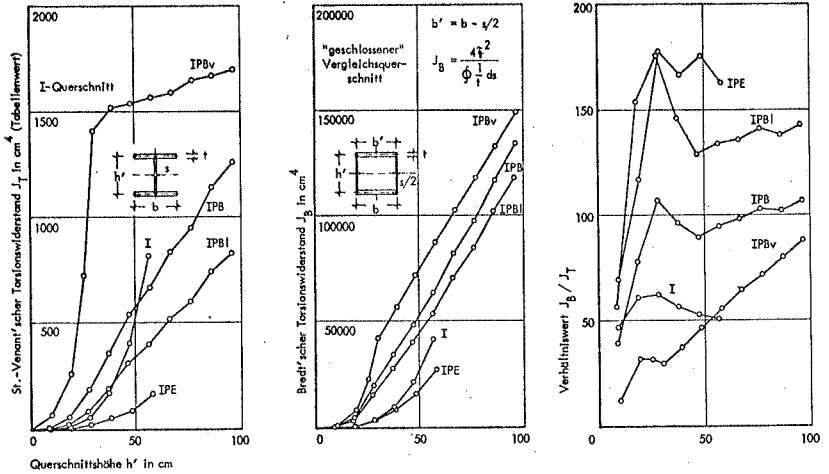


Bild 1.1. VERGLEICH DES TORSIONSWIDERSTANDES OFFENER UND GESCHLOSSENER QUERSCHNITTE

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit sollte das Tragverhalten von vornehm -
 lich biegebeanspruchten Balken mit I-Querschnitt unter zusätzlicher, nicht planmäs-
 siger Verdrehbeanspruchung untersucht werden, die beispielsweise durch ungewollte
 oder unvermeidbare Exzentrizitäten der Belastungseinleitung, Montagezustände oder
 Einflüsse von Deformationen bei zweiachsiger Biegung verursacht wird. Dieser in der
 Praxis häufig auftretende Belastungsfall wird in den Vorschriften zur Berechnung der-
 artiger Tragglieder nur unzureichend berücksichtigt.

1.2. Spannungsnachweis und Traglastberechnung biege- und längs- beanspruchter Stäbe

Sieht man einmal von den zusätzlich geforderten Stabilitätsnachweisen (Knick-, Kipp-,
 Beulnachweis) ab, so beschränkt man sich bei der Dimensionierung eines stabförmigen Trag-
 gliedes darauf, in einem Spannungsnachweis gemäß DIN 1050 die aus Superposition
 von Belastungsfällen nach der Elastizitätstheorie errechneten maximalen örtlichen Be-

anspruchungen den aufgeführten zulässigen Spannungen gegenüberzustellen. Spannungsnachweise nach Theorie II. Ordnung sind nur bei Biegeträgern unter zusätzlicher Längsbeanspruchung erforderlich.

Für den Nachweis von biege- und verdrehbeanspruchten Trägern fehlen entsprechende Berechnungsrichtlinien – insbesondere, was die Berücksichtigung der Biege- und Verdrehverformungen bei Berechnung der Schnittgrößen (Theorie II. Ordnung) und der Spannungen (Lage der Hauptachsen) betrifft –.

Bei der Berechnung von Tragwerken aus Traggliedern mit mindestens einfachsymmetrischem Querschnitt, der die zusätzlich geforderten Mindestdicken aufweist, bietet die DAST-Richtlinie 008 [1] die Möglichkeit, durch Berücksichtigung von "plastischen Gelenken" und die damit verbundene Umlagerung des statischen Systems Tragreserven auszuschöpfen (System veränderlicher Gliederung). Die Anwendung empfiehlt sich insbesondere bei mehrfach statisch unbestimmten Tragsystemen. Als Ergebnis wird mit "plastischer Grenzlast" bei gegebener Lastkombination diejenige Last bezeichnet, unter der "das Tragwerk nach Ausbildung einer hinreichenden Zahl von Fließgelenken örtlich oder als Ganzes zur kinematischen Kette wird".

Allerdings kann dieses "Traglastverfahren" nicht auf verdrehbeanspruchte Stäbe angewendet werden, da Querlasten nur in den Symmetrieebenen angreifen dürfen, und somit die Lastkombination nur aus Biegemomenten, Querkraften und Längskräften bestehen kann.

1.3. Der verdrehbeanspruchte Stab

Das elastische Verhalten eines torsionsbeanspruchten Stabes wird durch die bekannte Differentialgleichung

$$GJ_T \vartheta' - EF_{ww} \vartheta'' = M_T \quad (1.1)$$

ausgedrückt, die die Übertragung des Gesamttorsionsmomentes über primäre Schubspannungen (Anteil M_T^I) und sekundäre Schubspannungen (Anteil M_T^{II}) beschreibt.

Eine systematische Darstellung findet sich in [2]. Das Verhältnis der Torsionsanteile

M_T^I und M_T^{II} läßt sich auch am äußerlich statisch bestimmten System in der Regel nicht durch Gleichgewichtsbedingungen allein ermitteln, vielmehr müssen Verträglichkeitsbedingungen erfüllt werden, was schon bei einfachen Belastungsfällen zu einem erheblichen Rechenaufwand führt.

Den sekundären Schubspannungen zugeordnet sind Normalspannungen, die am Querschnitt als Schnittresultante das Wölbmoment M_w ergeben, eine bei behinderter Querschnittsverwölbung entstehende Zwängungsgröße, deren Abklingverhalten durch den Faktor $\lambda = \sqrt{GJ_T / EF_{ww}}$ charakterisiert wird.

Eine Sonderstellung nehmen die Querschnittsformen ein, bei denen der Wert $\lambda \rightarrow \infty$ oder $\lambda \rightarrow 0$ strebt.

Die erste Gruppe umfaßt insbesondere die "wölbfreien" und "geschlossenen" Querschnitte, die Verdrehbeanspruchungen nur durch St. Venant'sche bzw. Bredt'sche Torsionsschubspannungen übertragen, zur zweiten Gruppe gehören die Querschnitte mit geringem Verdrehwiderstand J_T , aber hohem Wölbwiderstand F_{ww} .

In beiden Fällen liegt zur Aufnahme der Verdrehbeanspruchung ein eindeutiger Übertragungsmechanismus vor, was am Beispiel eines geschlossenen und eines offenen Brückenquerschnittes gleicher Abmessungen und gleicher Querschnittsfläche in [3] gezeigt ist.

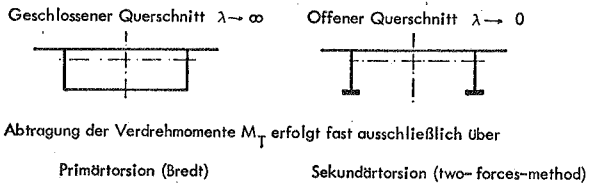


Bild 1.2. QUERSCHNITTIFORM UND TORSIONSÜBERTRAGUNG

Die Berechnung eines solchen durch Torsionsmomente M_T (m_T) verdrehbeanspruchten Systems ist ähnlich einfach wie die eines durch Längskräfte N (n) bzw. Querkräfte Q (q) beanspruchten Trägers - auf die bekannte Analogie [4, 5] sei hier nicht weiter eingegangen.

Sieht man von den Einflüssen der Theorie II. Ordnung ab, so ist für diese Sonderfälle ein Spannungsnachweis für kombinierte Beanspruchung aus Längs-, Quer- und Verdrehbeanspruchung einfach und sogar eine Traglastberechnung prinzipiell denkbar, da sich die Schnittgrößen allein aus Gleichgewichtsbedingungen errechnen lassen (Bild 1.3).

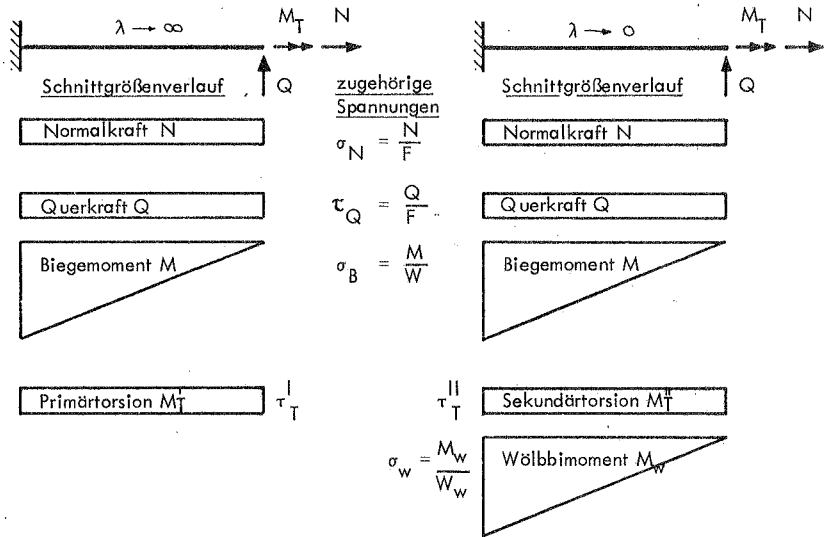


Bild 1.3. SCHNITTGRÖSSEN ZUR TRAGLASTBERECHNUNG EINES STABES UNTER LÄNGS-, QUER- UND VERDREHBELASTUNG

Voraussetzung wäre nur die Ermittlung von Interaktionsdiagrammen, die über die Aufnahmefähigkeit des Querschnittes unter bestimmten Schnittgrößenkombinationen (N, M, Q, M_T^I bzw. N, M, Q, M_w), die im gezeigten Fall allein aus Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können, Aufschluß geben. Für äußerlich statisch unbestimmte Tragwerke wäre ein Vorgehen nach der bekannten Methode der sukzessiven Ermittlung der plastischen Grenzlast möglich [6, 7].

Bei den üblichen Walzquerschnitten jedoch sind sowohl bei Berechnung der Schnittgrößen im elastischen Bereich infolge Torsion als auch bei Beurteilung des Tragverhaltens nach Auftreten von Plastizierscheinungen zusätzliche Überlegungen notwendig. Insbesondere interessiert die Größenordnung der auftretenden Zwängungsspannungen σ_w im Vergleich zu den St. Venant'schen Torsionsschubspannungen τ_T .

Das Diagramm 1.4 zeigt für einen einfachen Belastungsfall das Abklingverhalten der Schnittgröße M_w in Abhängigkeit vom Kennwert $\lambda = \sqrt{GJ_T / EF_{ww}}$ und der Systemlänge l .

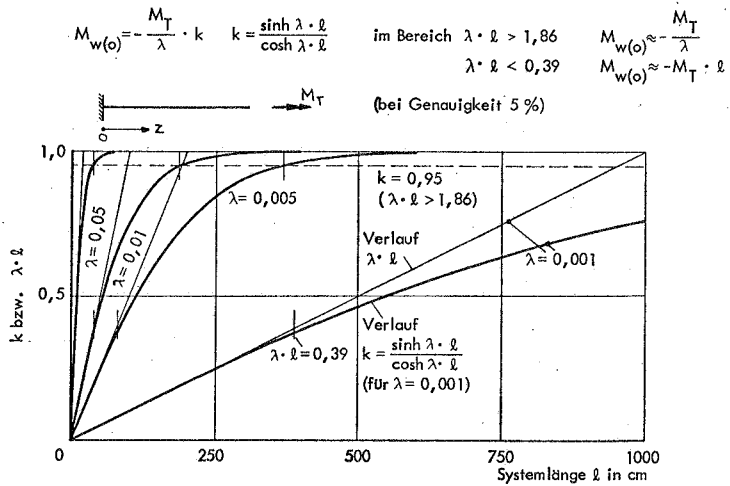


Bild 1.4. BEZIEHUNG ZWISCHEN WÖLBMOMENT UND SYSTEMLÄNGE IN ABHÄNGIGKEIT VOM KENNWERT λ

Die Differentialgleichung (1.1) ergibt bei Erfüllung der Randbedingungen als Lösung für die Schnittgröße M_w an der Einspannstelle (o) :

$$M_w(o) = -\frac{M_T}{\lambda} \tanh \lambda l \quad (1.2)$$

Begnügt man sich mit einer Genauigkeit von 5 %, so gilt für $\lambda l < 0,39$ die Näherung $M_{w(o)} \sim - M_T l$, die Schnittgröße ist proportional zur Belastungsgröße M_T und der Trägerlänge l .

Für $\lambda l > 1,86$ dagegen wird die Schnittgröße $M_{w(o)}$ längenunabhängig, der Abklingvorgang ist nahezu beendet, und es gilt mit der angegebenen Genauigkeit $M_{w(o)} \sim - M_T / \lambda$. Auf diese Beziehung ist in [8] und [9] als vereinfachende Rechenhilfe hingewiesen.

So kann beispielsweise bei einem Träger mit $\lambda = 0.1 \text{ cm}^{-1}$ das Bimoment $M_{w(o)}$ schon bei Längen über 20 cm lediglich als eine Zwängungsgröße infolge örtlicher Deformationsbehinderung angesehen werden, während für $\lambda = 0,001 \text{ cm}^{-1}$ bis etwa 4 m Länge als nahezu ausschließlicher Übertragungsmechanismus die sekundären Schubspannungen wirksam sind ('two-forces-method' bei I-Querschnitten).

Zum Vergleich seien die Kennwerte der beiden in [3] aufgeführten Brückenquerschnitte angegeben.

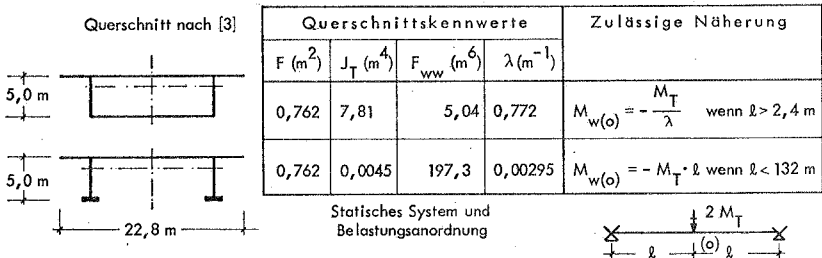


Bild 1.5. GELTUNGSBEREICH DER NÄHERUNGSBERECHNUNG FÜR $M_{w(o)}$

Die errechneten "Grenzlängen" müssen natürlich in Relation zu den Querschnittsdimensionen gesehen werden. Aus diesem Grunde sind die λ -Werte für die Walzprofile mit I-Form, die sich in der Größenordnung zwischen 0,005 und 0,05 cm^{-1} bewegen, in Bild 1.6 in Abhängigkeit von der Höhe h des Querschnitts aufgetragen.

Unter Berücksichtigung der vorausgegangenen Überlegungen läßt sich folgende Aussage treffen : bei einem durch ein am Stabende angreifendes Torsionsmoment belasteten

Stab gilt schon für relativ kurze Längen ℓ (Verhältnis $\ell/h = c$) mit ausreichender Genauigkeit die Näherung $M_w(o) \approx -M_T/\lambda$, und zwar für :

Profil	$c = \ell/h$
I (C)	4
IPBv	5
IPE (L)	7
IPB	9
IPBI	10

$\lambda \ell > 1,86$ wird ersetzt durch $\lambda c h > 1,86$, die Grenzlängen $h = 1,86/\lambda c$ sind für $c = 4$ und $c = 10$ in das Diagramm eingetragen und geben Aussagen über die bezogene Grenzlänge $\ell = c h$.

Die Vereinfachung, die sich für Träger größerer Längen hieraus ergibt, ist offensichtlich : bei Voraussetzung elastischen Verhaltens wird die Schnittgröße $M_w(o)$ - und damit die Beanspruchung $\sigma_w(o)$ - unabhängig von der Trägerlänge. Dieser Zusammenhang ist für die nachfolgende Betrachtung bei Gegenüberstellung mit der ebenfalls längenunabhängigen Spannungsgröße τ_T^I aus reiner St. Venant'scher Torsion sowie für die Dimensionierung der Versuchsträger in Abschnitt 2.3 von größter Wichtigkeit.

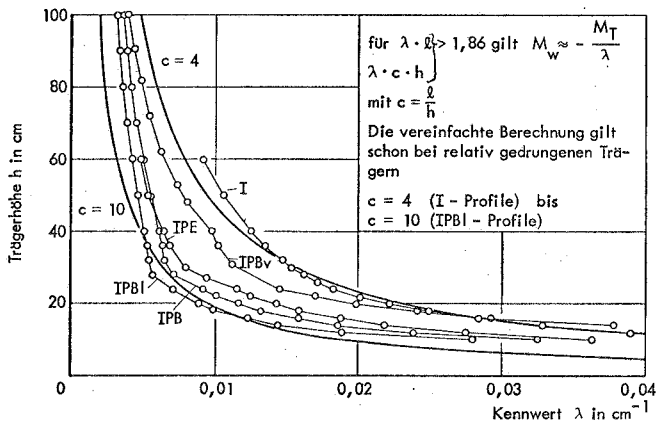
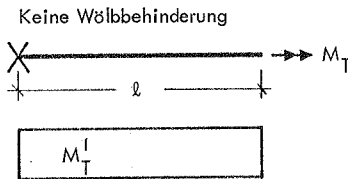


Bild 1.6. KENNWERT λ IN ABHÄNGIGKEIT VON DER QUERSCHNITTSHÖHE FÜR WALZPROFILE NACH DIN 1025

Wird ein Profilträger mit "dünnwandigem" I-Querschnitt und der Länge $l > 1,86/\lambda$ einer konstanten Verdrehbeanspruchung M_T unterworfen, so errechnet man, je nach Randbedingungen als maximal auftretende Spannungsgröße am nicht wölbbehinderten Träger I (St. Venant'sche Torsion) und am wölbbehinderten Träger II (Wölbkrafttorsion) :

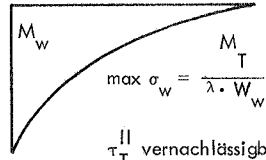
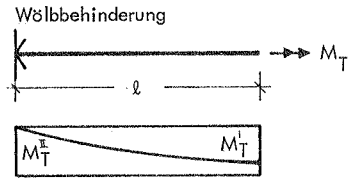
I Reine (St.-Venant'sche) Torsion



$$\max \tau_T^I = \frac{M_T}{J_T} \cdot a$$

wobei $a = t$ wenn $t \geq s$
 $a = s$ wenn $t < s$

II Wölbkrafttorsion



τ_T^{II} vernachlässigbar klein

Bild 1.7. SCHNITTGRÖSSEN EINES VERDREHBEANSPRUCHTEN STABES IN ABHÄNGIGKEIT VON DEN LAGERUNGSBEDINGUNGEN (Querschnitt offen, nicht wölbfrei)

Für den I-Querschnitt mit den allgemeinen Abmessungen b, h, s, t errechnet man unter gewissen Vereinfachungen (Gurt - Steg - Zone vernachlässigt bei Berechnung von J_T und τ)

$$\frac{\sigma_w}{\tau_T^I} = \frac{M_T \cdot h \cdot b}{\lambda \cdot F_{ww} \cdot 4} \cdot \frac{J_T}{M_T \cdot a} = \frac{J_T}{F_{ww}} \cdot \frac{h \cdot b}{4 \lambda \cdot a} = \frac{E}{G} \cdot \frac{\lambda \cdot h \cdot b}{4 \cdot a} \quad (1.3)$$

mit $J_T = \frac{2}{3} t^3 b + \frac{1}{3} s^3 h$ $F_{ww} = \frac{t b^3 h^2}{24}$ erhält man

$$\lambda = \sqrt{\frac{G J_T}{E F_{ww}}} = \sqrt{\frac{8 G}{E}} \sqrt{\frac{2 b t^3 + h s^3}{t b^3 h^2}} \quad (1.4)$$

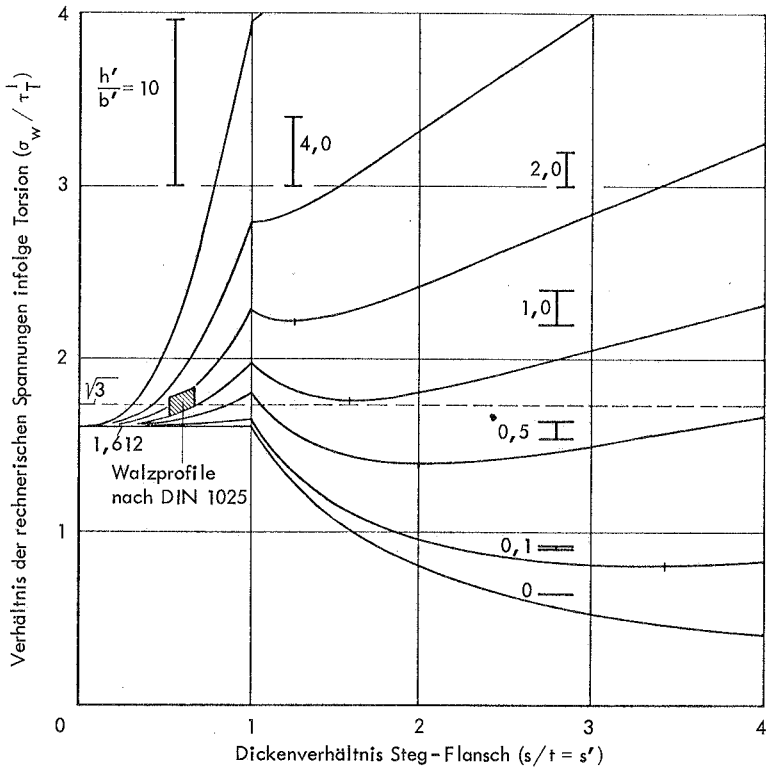


Bild 1.8. VERHÄLTNIS DER RECHNERISCHEN SPANNUNGEN INFOLGE TORSION
IN ABHÄNGIGKEIT VON DEN QUERSCHNITTSGRÖSSEN
(nach Gleichung (1.6) und (1.7))

Nach Einführen der Verhältniswerte

$$h' = \frac{h}{t} \quad b' = \frac{b}{t} \quad s' = \frac{s}{t} \quad \text{und der Beziehung} \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$\lambda = \frac{1}{t} \sqrt{\frac{8G}{E}} \sqrt{\frac{2b' + h' s'^3}{b'^3 h'^2}} \quad (1.5)$$

$$\frac{\sigma_w}{\tau_T} = \sqrt{(1+\mu)} \sqrt{2 + \frac{h' s'^3}{b'}} \quad \text{für} \quad \alpha = t \geq s \quad (1.6)$$

$$\frac{\sigma_w}{\tau_T} = \sqrt{(1+\mu)} \sqrt{2 + \frac{h' s'^3}{b'}} \cdot \frac{1}{s'} \quad \text{für} \quad \alpha = s \geq t \quad (1.7)$$

Die beiden Beziehungen (1.6) und (1.7) zeigen, daß das Verhältnis der maximalen Wölbnormalspannungen σ_w und der St. Venant'schen Schubspannungen τ_T bei I-Trägern für den speziellen Belastungsfall unabhängig von der Schlankheit der "Einzelrechtecke" und den absoluten Abmessungen ist, sondern lediglich beeinflusst wird durch die Querschnittsform (h'/b') und das Verhältnis der Dickenabmessungen ($s/t=s'$).

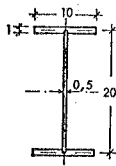
Aus Bild 1.8 wird aber außerdem ersichtlich, daß für den Bereich $s \ll t$ auch der Einfluß der Form gering wird und der Quotient σ/τ dem Grenzwert $\sqrt{2(1+\mu)}$ zu - strebt (1,612 für Stahl mit $\mu = 0,3$). Für die Abmessungen der Walzprofilreihen des Stahlbaues (schraffierter Bereich) ergibt sich, daß der Wert σ/τ nur unwesentlich von dem nach der Hypothese der konstanten Gestaltänderungsenergie $\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ er-rechenbaren Verhältnis der Grenzspannungen ($\sigma_{\max} / \tau_{\max} = \sqrt{3}$) - und damit von dem Verhältnis der im Stahlbau zulässigen Spannungen abweicht - was bedeutet, daß sich für die Systeme nach Bild 1.7 bei reiner Verdrehbeanspruchung unabhängig vom durch die Lagerungsbedingungen bestimmten Übertragungsmechanismus etwa gleichgroße zulässige Torsionsmomente errechnen ließen.

1.4. Torsion und Biegung, Interaktion im elastischen und plastischen Bereich

Läßt man zunächst die Einflüsse der Deformationen (Theorie II. Ordnung) unberücksichtigt, so ist es durchaus möglich, für einen durch Biege- und Verdrehmomente beanspruch-

ten Stab unter der Voraussetzung elastischen Verhaltens Aussagen über die Lastkombinationen M_B und M_T zu treffen, bei denen an der höchstbeanspruchten Stelle - der Hypothese der konstanten Gestaltänderungsenergie folgend - gerade die Streckgrenze σ_{FL} des Materials - und damit, etwa im Sinne der DIN 4114 (Richtlinien Abschn. 10.2), die "Traglast" erreicht ist. Diese Berechnung ist beispielhaft an einem I - Querschnitt mit den angegebenen Abmessungen und Belastungen sowie den Randbedingungen (aus Abschnitt 1.3) durchgeführt :

Querschnittsabmessungen



Rechnerische Querschnittswerte				
Kenngröße	Dimension	Steganteil	Gurtanteil	Gesamt
J_T	cm ⁴	0,83	6,67	7,50
F_{ww}	cm ⁶	0	16667	16667
F_{yy}	cm ⁴	333	2000	2333

I Reine St. Venant'sche Torsion

II Wölbkrafttorsion (vollständige Wölbbehinderung in Balkenmitte)

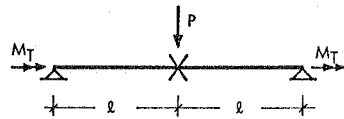
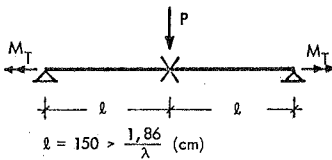


Bild 1.9. BERECHNUNGSBEISPIEL ZUR ERMITTLUNG VON INTERAKTIONSLINIEN (Grenzlastkombinationen Biegung - Torsion)

Das Ergebnis ist in Bild 1.10 Kurve I E und I I E eingetragen. Es zeigt, daß sich die gleiche Grenzlast bei reiner Biegebeanspruchung (M_{BG}) und auch nahezu gleiche Grenztorsionsmomente bei reiner Verdrehbeanspruchung (M_{TG}) ergeben. Im Bereich von kombinierter Beanspruchung gilt jedoch

$$\text{für den Fall I die Beziehung } (M_T / M_{TG})^2 + (M_B / M_{BG})^2 = 1$$

$$\text{und den Fall II } M_T / M_{TG} + M_B / M_{BG} = 1$$

wobei $M_{TG}^I = \frac{J_T}{\sqrt{3} \cdot t} \sigma_{Fl} = 4,33 \sigma_{Fl}$ $M_{BG} = \frac{2 F_{yy}}{h} \sigma_{Fl} = 233,3 \sigma_{Fl}$

$M_{TG}^{II} = \frac{4 \lambda F_{ww}}{b \cdot h \cdot \tanh \lambda l} = 4,56 \sigma_{Fl}$

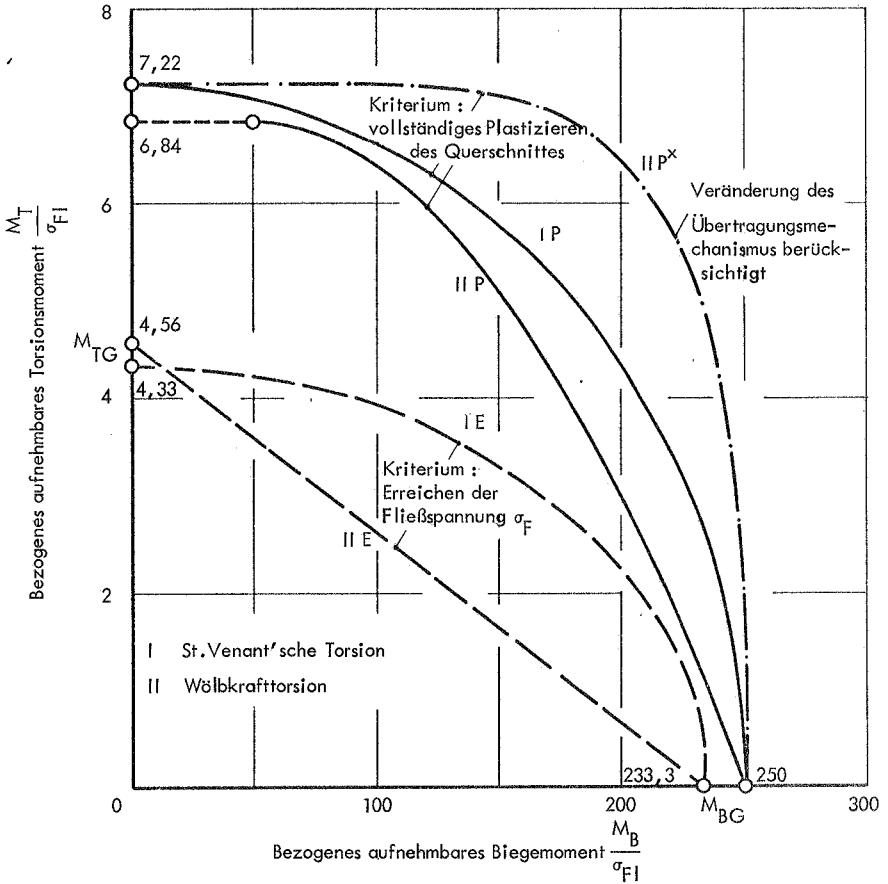


Bild 1.10. RECHNERISCH ERMITTELTE INTERAKTIONSLINIEN
(Beispiel Bild 1.9.)

Bei Berechnung der Grenzbeanspruchungen im plastischen Bereich errechnet man unter den üblichen Voraussetzungen [6, 10] für vollplastizierte Querschnitte :

Schnittgröße	Steganteil	Flanschanteil	Gesamt
M_{TPI}^I	$1,443 \cdot \sigma_{FI}$	$5,774 \cdot \sigma_{FI}$	$7,217 \cdot \sigma_{FI}$
M_{wPI}	0	$500 \cdot \sigma_{FI}$	$500 \cdot \sigma_{FI}$
M_{BPI}	$50 \cdot \sigma_{FI}$	$200 \cdot \sigma_{FI}$	$250 \cdot \sigma_{FI}$

Während sich im Falle I aus dieser Berechnung direkt die kraftschlüssig zu übertragende Größe M_{TPI}^I ergibt, läßt sich im Fall II lediglich die maximal mögliche Zwängungsgröße M_{wPI} ermitteln, die über die Höhe des Torsionsmomentes M_{TPI}^{II} noch nichts aussagt. Der sehr unbefriedigende Weg, trotz Plastizierungserscheinungen den elastischen Zusammenhang $M_{TPI}^{II} = -M_{wPI} \lambda / \tanh \lambda \ell$ zu wahren, würde für die Grenzbeanspruchung $M_{TPI}^{II} = 6,84 \sigma_{FI}$ ergeben.

Die gegenseitige Beeinflussung der Größen M_{TPI} und M_{BPI} ist in den Kurven IP, II P dargestellt (Vollständiges Plastizieren des Querschnittes).

Gibt man die bei Plastizieren ohnehin unrichtige elastische Beziehung zwischen Wölbmoment und Torsionsmoment auf, so ist durch die Veränderung der Kraft-Übertragungsmechanismen eine Lastkombination denkbar, die höhere Werte als die ermittelten liefert. Dies sei an einem einfachen Modell in Bild 1.11 gezeigt.

Ist an der Stelle $z = 0$ das Biegemoment $M_B(0)$ bekannt, so läßt sich das zusätzlich aufnehmbare Wölbmoment $M_w(0)$ aus den Spannungsreserven ermitteln.

Nimmt man zudem vereinfachend an, daß die Grenzlinie α - α zwischen den Torsionsanteilen M_T^I und M_T^{II} geradlinig ist, so erhält man bei der zusätzlichen Bedingung, daß sich an der Stelle z eine noch zulässige Grenzlastkombination $M_B(z)$ und $M_T^I(z)$ ergibt, eine Lösung unter Berücksichtigung der nachfolgenden Beziehungen :

$$\left(\frac{M_T^I(z)}{M_{TPI}^I} \right)^2 + \left(\frac{M_B(z)}{M_{BPI}} \right)^2 = 1$$

Mit $M_B(z) = \frac{M_B(o) \cdot z'}{l}$ und $\frac{M_B(o)}{M_{BPI}} = \beta$

erhält man $M_T^I = M_{TPI}^I \sqrt{1 - \left(\frac{z'}{l} \beta \right)^2}$

außerdem gilt mit $\frac{M_w(o)}{M_{wPI}} = \omega$

$$M_T^{II} = \frac{2 M_w(o)}{(1 - z')} = \frac{2 M_{wPI} \cdot \omega}{(1 - z')}$$

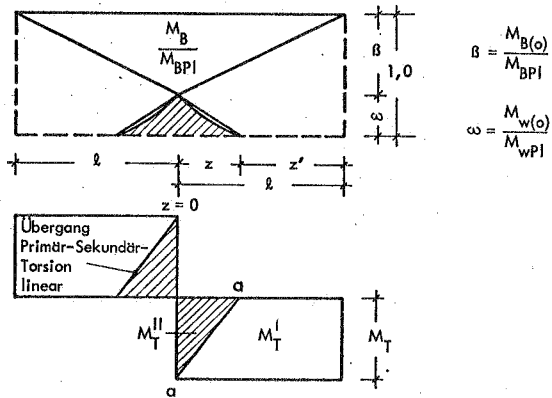


Bild 1.11. ERMITTLUNG DER GRENZLASTKOMBINATION $M_B - M_T$ UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DES VERÄNDERTEN ÜBERTRAGUNGSMCHANISMUS

Durch Gleichsetzen erhält man eine Bestimmungsgleichung für z' bei bekannten Werten β und ω :

$$(1-z')^2 \left[1 - \left(\frac{z'}{1} \beta \right)^2 \right] = (2\omega \frac{M_{wPl}}{M_{TPl}})^2 \quad (1.8)$$

Die auf diese Weise ermittelten Grenzlastkombinationen für System II (Kurve II P*) liegen nicht unwesentlich über den für System I errechneten, obgleich bei elastischer Rechnung sich die umgekehrte Relation zeigt (I E / II E). Inwieweit die getroffenen Annahmen über die Möglichkeiten einer Übertragungsumlagerung (System veränderlicher Gliederung) jedoch dem tatsächlichen Tragverhalten entsprechen, darüber kann dieses Modell keine Aussagen gestatten. Die in [11] entwickelten Traglastberechnungen hingegen stehen sicherlich in keinem Zusammenhang zum tatsächlichen Tragverhalten eines biege- und verdrehbeanspruchten Stabes.

1.5. Zielvorstellung der Untersuchungen

Bei der Konzeption des Versuchsprogrammes wurde davon ausgegangen, daß es durch geeignete Versuche an offenen dünnwandigen Stahlprofilen unter kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung gelingen sollte, den Einfluß der Wölbnormalspannungen auf die Tragfähigkeit zu untersuchen. Es war zu vermuten, daß die Gleichgewichtsgruppe der Wölbnormalspannungen ähnlich wie Schweißeigenspannungen die Traglast nicht meßbar beeinflussen könne. Da eine genaue Berechnung nach der Elastizitätstheorie wegen des großen Rechenaufwandes (vgl. [12]) sehr kompliziert, und eine Dimensionierung unter voller Berücksichtigung der Wölbnormalspannungen im Hinblick auf die erreichbaren Traglasten zu unwirtschaftlich wäre, weil offensichtlich keine Ähnlichkeit zwischen den Interaktionsdiagrammen II E und II P* besteht, war der Gedanke naheliegend, daß vielleicht für statisch beanspruchte Tragglieder des Stahlhochbaues eine vereinfachende Berechnungsweise gefunden werden könnte, die zwar auf den genauen Nachweis örtlich auftretender Spannungsspitzen verzichtet, aber das Tragverhalten nach dem Auftreten von Plastizierungserscheinungen erfaßt und damit in Beziehung zu den erreichbaren Grenzlastkombinationen steht. Somit war es das Ziel der Forschungsarbeit, durch experimentelle Untersuchungen und ergänzende theoretische Überlegungen das Tragverhalten von bie-

ge- und torsionsbeanspruchten Stäben zu untersuchen und insbesondere die Veränderung der Übertragungsmechanismen bis zum Erreichen von Grenzlastkombinationen zu verfolgen. Die gegenseitige Beeinflussung von Biege- und Verdrehbeanspruchung sollte in entsprechenden Interaktionsdiagrammen erfaßt werden. Ähnliche Anregungen wurden 1966 von Kollbrunner [13] geäußert.

2. ENTWURF DES VERSUCHSPROGRAMMES UND DURCHFÜHRUNG DER EXPERIMENTELLEN UNTERSUCHUNGEN

Das Problem des biege- und torsionsbeanspruchten Stabes mit und ohne Längskraft und die zugehörigen Stabilitätsfälle des Kippens und Biegedrillknickens sind mit den Hilfsmitteln der Elastizitätstheorie in zahlreichen Aufsätzen [12, 14, 15, 16, 17, 18 mit weiteren Literaturhinweisen] nahezu erschöpfend behandelt. Die Information über experimentelle Untersuchungen dagegen ist spärlich, insbesondere Ergebnisse von Traglastuntersuchungen sind in der englisch-, französisch- und deutschsprachigen Literatur bisher nicht bekannt geworden. Die Untersuchungen beschränken sich entweder auf wenige Versuche im elastischen Bereich [19, 20] zur Untermauerung theoretischer Überlegungen, auf Traglastversuche an Stäben unter reiner Torsionsbeanspruchung [21, 22, 23, 24, 25] oder zweiaxial ausmittigem Druck [26], oder auf Versuche an quasi wölbfreien Querschnitten [27], für die ein eindeutiger Torsionsübertragungsmechanismus vorliegt. Nur in russischsprachigen Veröffentlichungen von Streibizkaia [28] finden sich Beschreibungen von Versuchsprogrammen, denen eine ähnliche Aufgabenstellung wie diesem Forschungsvorhaben zugrunde lag.

Aus diesem Grunde mußten durch Vorversuche erst die Grundvoraussetzungen zu einer erfolgversprechenden Durchführung des Hauptversuchsprogramms erarbeitet und ausreichende Erfahrung gesammelt werden.

Die Herstellung, Vorbereitung und Prüfung sämtlicher Versuchsträger und der Bau der Versuchsvorrichtung erfolgte an der AMTLICHEN FORSCHUNGS- UND MATERIALPRÜFUNGSANSTALT FÜR DAS BAUWESEN an der Universität Stuttgart (OTTOGRAF-INSTITUT).

2.1. Voruntersuchungen

Die Vorversuche V 1 und V 2 hatten zum Ziel, die Probleme der Krafteinleitung und der Ausbildung nicht wölbbehinderter, aber unverschieblicher Lagerungen unter Beibehaltung der Querschnittstreue zu durchleuchten und ein im Hinblick auf die Versuchsdurchführung, Meßanordnung und Auswertung möglichst einfaches, geeignetes statisches Grundsystem zu finden.

Als Konzeption lag folgende Versuchsanordnung zugrunde :

Die als Einfeldträger ausgebildeten Prüfkörper wurden durch eine exzentrisch in Feldmitte angreifende vertikale Einzelkraft belastet, das statische System und nähere Angaben zu den Versuchen sind aus Bild 2.1 und der Tabelle ersichtlich.

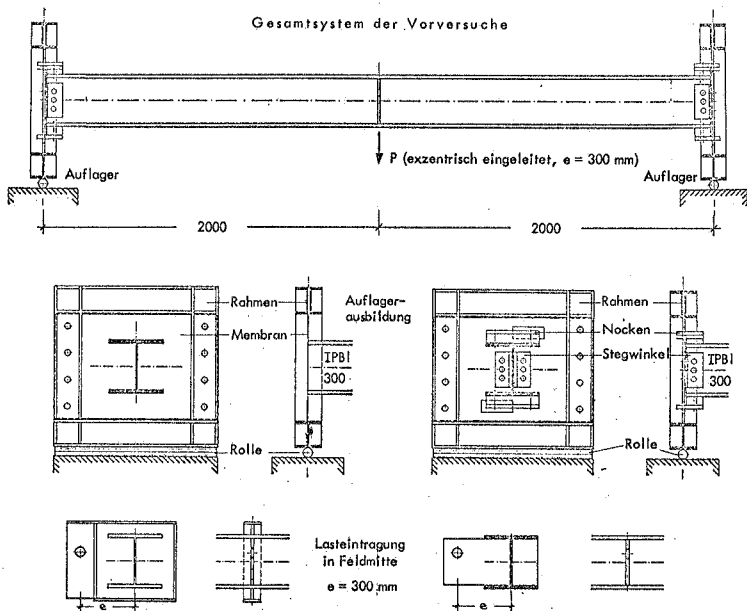


Bild 2.1. VERSUCHSANORDNUNG FÜR DIE VORVERSUCHE V 1 UND V 2

Die Träger waren an den Auflagerquerschnitten unverschieblich und unverdrehbar gelagert, Neigungen und Verwölbungen sollten jedoch nach Möglichkeit nicht behindert werden. Im Mittelquerschnitt m konnten Verschiebungen v_x und v_y sowie Verdrehungen ϑ auftreten, aus Symmetriegründen waren jedoch keine Neigungen und wegen der völligen Wölbbehinderung keine Verdrehungen zu erwarten.

ANGABEN ZU DEN VORVERSUCHEN V 1 UND V 2

Bezeichnung	Profil	Länge $L = 2l$ cm	Exzentrizität e cm	Materialkennwerte		Meßaufwand- Anzahl der Meßstellen		
				β_S kp/cm ²	β_Z kp/cm ²	zur Bestimmung der		
						Durchbiegung v	Verdrehung	Dehnung ϵ
V 1	IPBI 300	400	30	2530	3880	6	6	28
V 2	IPBI 300	400	30	2600	3930	11	11	64

Während die exzentrische Kräfteinleitung beider Versuche keine prinzipiellen Unterschiede aufwies, dienten zur Auflagerung der Trägerenden des Versuchskörpers V 1 und zur Einleitung von Querkraft und Torsionsmoment in Hilfsrahmen gestützte Membranen, für Versuchsstück V 2 wurden dagegen konventionelle geschraubte Winkenschlüsse zur Übertragung der Querkraft angeordnet. Das in ein Kräftepaar aufgespaltene Torsionsmoment sollte durch Nocken in ein stärkeres Endblech abgetragen werden.

Auf die Darstellung der Ergebnisse aus den Verformungs- und Verzerrungsmessungen sei hier verzichtet, da keine Beziehung zu den Versuchen der Hauptversuchsreihe besteht. Im elastischen Bereich wurde sehr gute Übereinstimmung mit den nach der Elastizitätstheorie rechnerisch ermittelten Größen festgestellt, der Versuchsaufbau erwies sich aber für Untersuchungen im überelastischen Bereich bezüglich Belastung, Messung und Auswertung als ungeeignet. Die Realisierung einer wölbfreien Endauflagerung durch Verwenden von Membranen (V 1) stellte eine brauchbare, aber verbesserungsbedürftige Lösung dar. Bei Versuch V 2 war an den Endauflagern die Forderung nach Querschnittstreue verletzt.

Die Vorversuche zeigten übrigens schon eine Problematik, auf die in Abschnitt 3.2 nochmals eingegangen werden soll : die Kenngrößen zur Beschreibung der Biege- und Wölbsteifigkeit (F_{xx} , F_{yy} , F_{ww}) lassen sich aus Querschnittsmessungen mit großer Genauigkeit errechnen, die Ermittlung des St. Venant'schen Torsionswiderstandes J_T nach den bekannten Formeln führt dagegen nur zu sehr unbefriedigenden Ergebnissen, wie die Deformationsmessungen beweisen.

2.2. Entwurf der Versuchsvorrichtung für die Hauptversuchsreihe

Zur Wahl der Belastungsart und des statischen Systemes waren folgende Vorüberlegungen notwendig :

Im Hinblick auf die Versuchsdurchführung ist es zweckmäßig, die gewünschten Beanspruchungen des zu untersuchenden Stabes durch Einleiten von Einzelkräften oder Einzelmomenten hervorzurufen. Will man die Umordnung der Übertragungsmechanismen Primärtorsion M_T^I und Sekundärtorsion M_T^{II} (vgl. Abschnitt 1.4) beobachten, so wäre es nicht sinnvoll, die Untersuchungen an äußerlich statisch unbestimmten Grundsystemen durchzuführen, an denen sich die Lagerreaktionen aus Gleichgewichtsbedingungen allein nicht ermitteln lassen und deshalb beim Auftreten von Plastiziervorgängen zusätzlich Umlagerungen bei der Übertragung von Biege- und Torsionsmomenten möglich sind, die die Auswertung unnötig erschweren.

Im folgenden sind die verschiedenen brauchbaren statischen Grundsysteme diskutiert und die zusätzlichen Anforderungen an die Versuchsvorrichtung präzisiert :

- a) Eindeutig definierte, d.h. vollkommene Wölbbehinderung läßt sich befriedigend nur im Symmetriequerschnitt m eines symmetrisch torsionsbelasteten Stabes realisieren ($\mathcal{S}'_m = 0$).
- b) Wölbnormalspannungen und Biegespannungen sollten im gleichen Querschnitt ihren Größtwert erreichen, damit der Ort des Plastizierbeginns festliegt (M_{\max} im Symmetriequerschnitt m).

- c) Aus den vorausgehenden Forderungen folgt, daß die Endquerschnitte wölbfrei und einspannungsfrei ausgebildet werden müssen.

Diese Bedingungen erfüllen folgende Systeme :

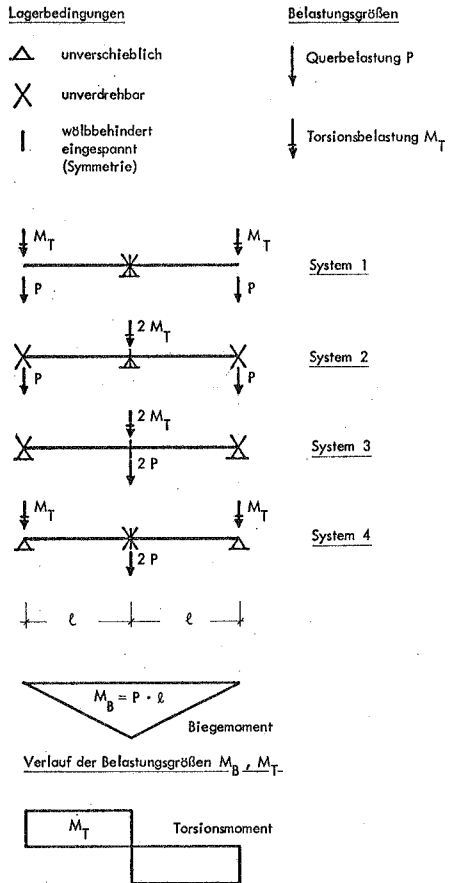


Bild 2.2. ZUSAMMENSTELLUNG DER STATISCHEN GRUNDSYSTEME
(Bedingungen a, b, c erfüllt)

- d) Um den Einfluß der Wölbnormalspannungen auf die Tragfähigkeit beurteilen zu können, ist es notwendig, Vergleichsversuche unter gleichen Bedingungen durchzuführen, bei denen lediglich die für das Auftreten der Wölbnormalspannungen verantwortliche Wölbbehinderung infolge der Symmetriebedingungen fehlt, d.h. eine reine St. Venant'sche Torsionsbeanspruchung sollte am gleichen System grundsätzlich möglich sein (System 1 und 4).
- e) Die Belastungsgrößen Querlast und Verdrehmoment sollten völlig unabhängig voneinander aufgebracht werden können, so daß auch der reine Biege- bzw. Torsionsversuch realisiert werden kann.
- f) Beim ungleichmäßigen Auftreten von Fließerscheinungen in den Systemhälften müssen die Verformungen des Systems aufgrund der Lagerungsbedingungen kontrollierbar bleiben (System 3 und 4) .
- g) Mit Rücksicht auf die ungleichen Biegesteifigkeitswerte EI_{xx} und EI_{yy} bei den zu untersuchenden Profilen sollten die Querschnitte im Bereich der maximalen Biegebeanspruchung (M_m) unverdreht bleiben (System 1 und 4) .
- h) Aus versuchstechnischen Gründen bedeutet es eine erhebliche Vereinfachung, wenn die Einleitung der Torsionsmomente an unverschieblichen und die der Querlasten an unverdrehten Querschnitten erfolgt. Die Erfüllung der Forderung e) wird dadurch ebenfalls erleichtert (System 2 und 4) .

Das System 4, das als einziges alle diese Bedingungen erfüllt, wurde mit der in Bild 2.3 schematisch dargestellten Vorrichtung für die Hauptversuchsreihe verwirklicht.

Auf die Enden der Versuchsträger sind Kopfbleche von 4 mm Dicke als "Membran" aufgeschweißt, die bereits entsprechende Bohrungen zur Befestigung am Endauflager aufweisen. In Trägermitte sind Schötte angeordnet, auf die der Hilfsrahmen zur indirekten Kräfteinleitung aufgeschraubt wird.

Als Endauflager ist eine Kreisscheibe in Kugellagern unverschieblich, aber frei drehbar um eine Achse $z - z$ gelagert. Auf diese Scheibe wird die Endmembran des Prüfstückes

über Abstandhalter so befestigt, daß die Lagerachse $z - z$ mit der Drehachse des Versuchsträgers zusammenfällt. Längsverschiebungen des Trägers sind prinzipiell möglich. Die Einleitung des Torsionsmomentes erfolgt durch ein über diese Endscheibe laufendes Seil, wodurch konstante Ausmittigkeit auch bei großen Verdrehungen gewährleistet ist. Die Gleichheit der Torsionsmomente am rechten und linken Auflager folgt aus Symmetriegründen. Das Aufbringen gleichsinnig oder gegensinnig drehender Torsionsmomente wird durch die unterschiedliche Anordnung des Verteilträgers, auf den mittig die Krafteinleitung über einen Belastungskolben erfolgt, in einfachster Weise möglich (Bild 2.4, 2.5).

Die vertikal frei verschiebliche, aber unverdrehbare Lagerung des Mittelquerschnittes ist durch das Anordnen von Führungsstangen zur Parallelführung des Hilfsrahmens und damit des Versuchsträgers gewährleistet. Die Einleitung der Querbewehrung im Mittelquerschnitt erfolgt mit einem Kolben direkt auf den Hilfsrahmen - infolge exzentrischer Krafteinleitung entstehende Torsionsmomente werden durch die Führungsstangen aufgefangen. Die wegen der statisch unbestimmten Lagerung in horizontaler Richtung auftretenden Zwängungsgrößen sind von untergeordneter Bedeutung, wie die Dehnungsmessungen und die Berechnung in Abschnitt 6 zeigen.

Die Biegebeanspruchung wird mit einem über ein Belastungspult gesteuerten Einzelprüfzylinder aufgebracht, zur Torsionsbelastung dient ein über eine Handpumpe mit Feinmeßmanometer bedienter Lukas-Kolben.

Die Abbildungen 2.4 und 2.5 zeigen die Anordnung der Prüfvorrichtung bei den Belastungsfällen Biegung / St. Venant'sche Torsion und Biegung / Wölbkrafttorsion (gegensinnig bzw. gleichsinnig drehende Torsionsmomente).

Die entworfene Versuchsvorrichtung ist zur Prüfung von prismatischen Trägern beliebiger Querschnittsform und beliebiger Länge geeignet.

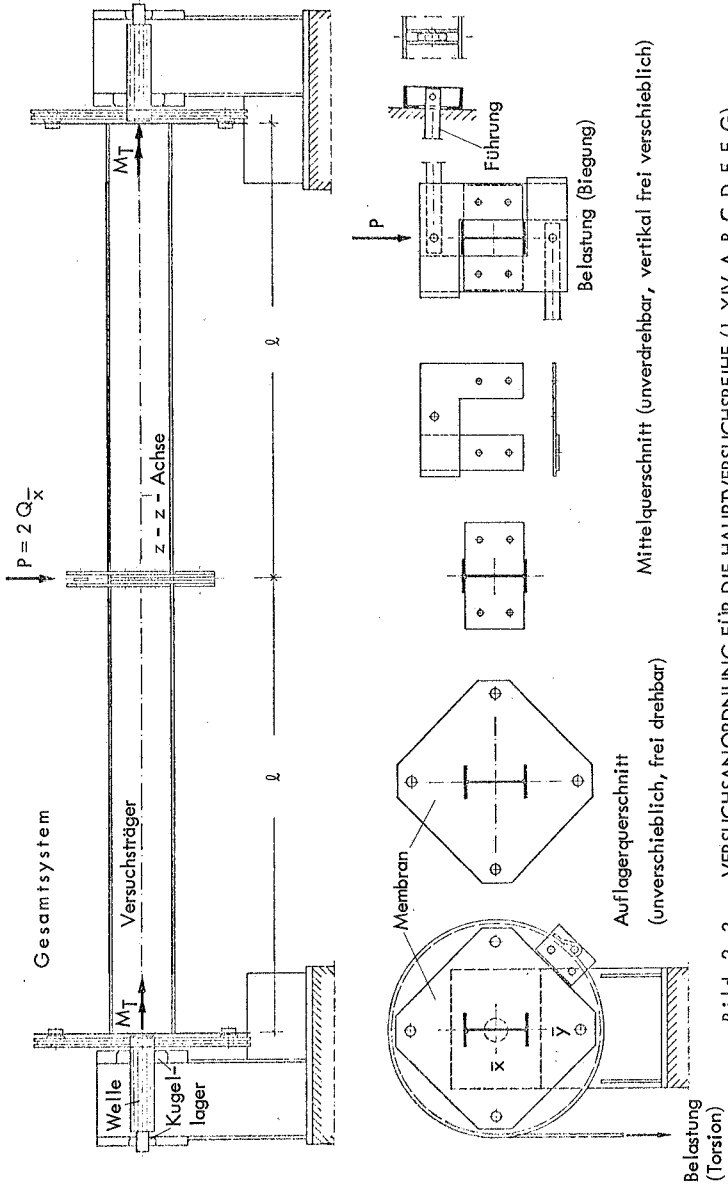


Bild 2.3. VERSUCHSANORDNUNG FÜR DIE HAUPTVERSUCHSREIHE (I-XIV, A, B, C, D, E, F, G)

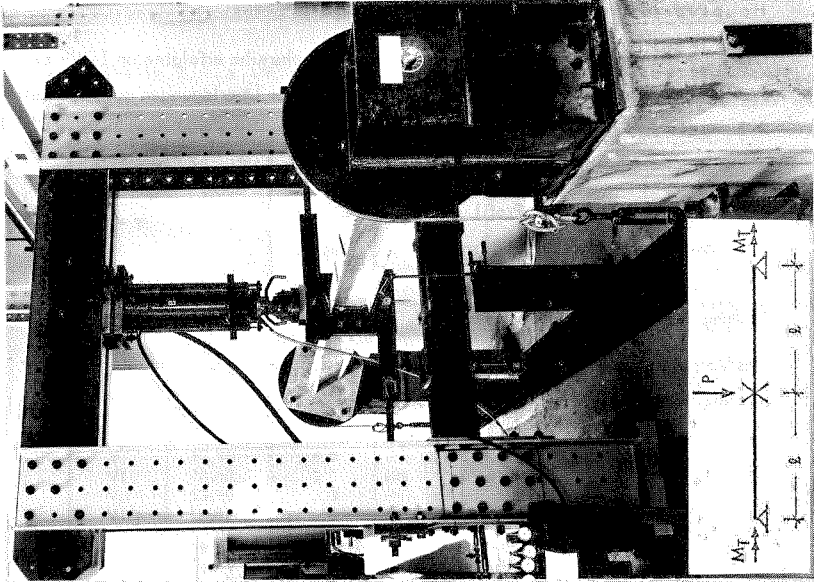


Bild 2.5. ANORDNUNG DER VERSUCHSVORRICHTUNG FÜR LASTFALL BIEGUNG-WÖLBKRAFTTORSION

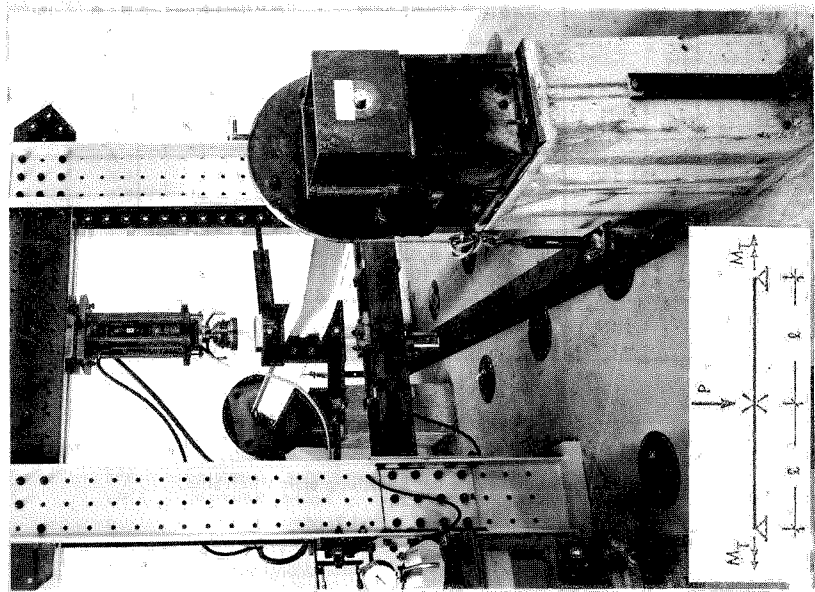


Bild 2.4. ANORDNUNG DER VERSUCHSVORRICHTUNG FÜR LASTFALL BIEGUNG-ST. VENANT'SCHE TORSION

2.3. Hauptversuchsreihe

Die experimentellen Untersuchungen der Hauptversuchsreihe erfolgten an I-Walz-Profilträgern nach DIN 1025 aus Stahl St 37. Wegen der Überlegungen aus Abschnitt 1.3 wurden Profile mit etwa gleichem Abklingverhalten - also gleichem λ -Wert - gewählt, und zwar die Querschnitte

IPE 220 als "hochstegiges" Profil und

IPBI 160 als "breitflanschiges" Profil.

2.3.1. Umfang des Versuchsprogrammes

Das Versuchsprogramm, das im Februar 1971 abgeschlossen wurde, umfaßte insgesamt 44 Einzelversuche mit folgenden Bezeichnungen :

Profil	Versuchsbezeichnung	Länge $L = 2 \lambda$ cm	Anzahl der Versuche
IPE 220	I bis XIV	400	14
	A 1 - 5	300	14
	B 1 - 5		
	E 1 - 4		
IPBI 160	C 1 - 5	300	16
	D 1 - 5		
	F 1 - 4		
	G 1 - 2		
		Gesamt	44

Weitere Angaben zu den Versuchen sind in den Tabellen 2.1 und 2.2 zusammengestellt, aus denen auch Art und Höhe der Belastung ersichtlich sind.

Tabelle 2.1.: ÜBERSICHT ÜBER DAS VERSUCHSPROGRAMM AN IPE-PROFILTRÄGERN
Zusammenstellung der durchgeführten Messungen

Versuchs- bezeich- nung	Versuchs- datum	Belastungskombination			Durchgeführte Messungen		
		Biegebean- spruchung	Verdrehbeanspruchung		Durch- biegung	Ver- drehung	Dehnungs- messungen
			M_{ym} Mpm	M_T kpm			
IPE 220	$L = 2 l = 400 \text{ cm}$	Angabe der konstanten LastgröÙe					
I	18. 7.67	6,0	Verdreh- beanspru- chung M_T veränder- lich	WKT	x	x	x
II	1. 9.67	6,0		StV	x	x	x
III	10.10.67	3,0		StV	x	x	
IV	16.10.67	4,5		StV	x	x	
V	17.10.67	6,0		StV	x	x	
VI	18.10.67	3,0		WKT	x	x(x)	
VII	25.10.67	5,0		WKT	x	x(x)	
VIII	30.10.67	6,5		WKT	x	x(x)	
IX	26. 1.68	Biegebean- spruchung M_{ym} veränder- lich	94,0	WKT	x	x	x
X	6. 2.68		94,0	StV	x	x	x
XI	21. 2.68		137,8	StV	x	x	
XII	27. 2.68		64,8	StV	x	x	
XIII	8. 3.68		64,8	WKT	x	x	
XIV	11. 3.68		137,8	WKT	x	x	
IPE 220	$L = 2 l = 300 \text{ cm}$	Angabe der konstanten LastgröÙe			Bezeichnung wie Bild 2.6		
A 1	8. 5.68	Biegebean- spruchung M_{ym} veränder- lich	94,0	StV	x	x	LL
A 2	22. 5.68		94,0	WKT	x	x	LL
A 3	7. 6.68		64,8	StV	x	x	LL
A 4	6. 6.68		64,8	WKT	x	x	LL
A 5	12. 6.68		137,8	WKT	x	x	LL
B 1	1. 7.68		36,0	WKT	x	x	LL
B 2	2. 7.68		94,0	StV	x	x	LL
B 3	21. 6.68		137,8	WKT	x	x	LL
B 4	3. 7.68		0	-	x(x)	x	LL
B 5	12. 6.68		94,0	WKT	x	x	LL
E 1	24.11.70	0	Verdreh- beanspru- chung M_T veränder- lich	WKT	x	x(x)	LL
E 2	17.11.70	0		StV	x	x(x)	RL
E 3	2.12.70	1,5		WKT	x	x(x)	LL
E 4	3. 2.71	1,5		StV	x	x(x)	RL _o

StV St.Venant'sche Torsion
WKT Wölbkrafttorsion
x Messung durchgeführt
LL Dehnungsmessung mit Linearstreifen
RL Rosetten und Linearstreifen (vgl. Bild 2.6)

Tabelle 2.2.: ÜBERSICHT ÜBER DAS VERSUCHSPROGRAMM AN I PBI-PROFILTRÄGERN
Zusammenstellung der durchgeführten Messungen

Versuchs- bezeich- nung	Versuchs- datum	Belastungskombination			Durchgeführte Messungen		
		Biegebean- spruchung	Verdrehbeanspruchung		Durch- biegung	Ver- drehung	Dehnungs- messungen
			M_{ym} Mpm	M_T kpm			
I PBI 160	L = 2 l = 300 cm				v_{ym} (v_l)	ϕ_E (ϕ_v)	ϵ
C 1	15. 7.68	Biegebean- spruchung M_{ym} veränder- lich	196,2	WKT	x	x (x)	LL
C 2	9. 9.68		79,4	StV	x	x (x)	LL
C 3	16. 7.68		0	-	x (x)	x	LL
C 4	30. 7.68		137,8	WKT	x	x (x)	LL
C 5	9. 8.68		79,4	WKT	x	x (x)	LL
D 1	5. 9.68		108,5	WKT	x	x (x)	LL
D 2	11. 9.68		108,5	StV	x	x (x)	LL
D 3	4. 9.68		167,0	WKT	x	x (x)	LL
D 4	12. 9.68		50,2	StV	x	x (x)	LL
D 5	6. 9.68		50,2	WKT	x	x (x)	LL
F 1	26.11.70	3,75	Verdreh- beanspru- chung	WKT	x	x (x)	LL
F 2	16.11.70	0		StV	x	x (x)	RL
F 3	20.11.70	0		WKT	x	x (x)	LL
F 4	21. 1.71	3,75		StV	x	x	RL _o
G 1	9.12.70	1,88	veränder- lich	WKT	x	x (x)	LL
G 2	27. 1.71	1,88		StV	x	x	RL _o

Tabelle 2.3.: ZUSAMMENSTELLUNG DER QUERSCHNITT- UND WERKSTOFFKENNWERTE FÜR DIE VERSUCHSTRÄGER
(ermittelt durch Ausmessen der Profile und Zugversuche)

Tafelwerte zum Vergleich

Profil- bezeichnung und Werkstoff	Versuchsträger- bezeichnung	Querschnittsdimensionen (Mittel)				Rechnerisch aus den Abmessungen ermittelte Kennwerte										Werkstoffkennwerte	
		Höhe h	Breite b	Dicke Gurt	Stieg t	J_x	J_y	J_z	W_x	W_y	W_z	C_M	W_M	J_D	k	Streck- grenze R_s	Zugfestig- keit R_z
		mm	mm	mm	mm	$F \frac{2F}{\gamma \gamma}$	F_{xx}	F_{yy}	F_{zz}	$\frac{2F}{h}$	$\frac{2F}{b}$	$\frac{2F}{t}$	$\frac{4F}{b \cdot k}$	$\frac{4F}{b \cdot k}$	λ	$\frac{kg}{cm^2}$	$\frac{kg}{cm^2}$
I PE 220 nach DIN 1025 SI-37 nach DIN 17100	I II III,VI IV,VII V,VIII IX,X XI,XIV XII,XIII A 1-5 B 1-5 E 1-4	220,4	110,0	9,2	5,9	2770	252	205	205	37,3	22700	391	9,10	124	2400	3700	4500
		220,4	109,9	9,0	6,2	2774	252	200	200	36,4	22310	384	9,28	128	3155	4310	4420
		220,1	110,3	8,9	6,0	2726	249	199	199	36,2	22330	382	8,81	123	3390	4420	4200
		220,4	110,1	9,0	6,1	2759	250	200	200	36,4	22360	384	9,00	124	3000	4200	4400
		220,1	110,3	9,0	6,0	2737	249	200	200	36,3	22280	383	8,77	123	3430	4400	4400
		220,3	110,5	9,0	6,0	2747	249	201	201	36,4	22440	385	8,78	123	2760	3850	4190
		220,7	109,3	9,3	6,0	2820	256	203	203	37,2	22710	393	9,49	127	2850	4190	4190
		220,6	108,9	9,3	6,1	2812	255	201	201	36,9	22430	390	9,52	128	2890	4100	4100
		222,2	109,5	9,2	6,0	2849	256	203	203	37,0	22960	394	9,34	125	3300	4680	4680
		221,4	111,2	9,0	6,0	2805	253	206	206	37,0	23330	393	8,97	122	2740	4160	4160
		221,8	110,5	9,2	6,1	2850	257	206	206	37,3	23310	397	9,44	125	3120	4700	4700
		222,6	108,5	8,6	5,8	2678	241	182	182	32,6	20850	359	7,91	121	2710	3920	3920
I P81 160 nach DIN 1025 SI-37 nach DIN 17100	Totfelwerte C 1-5 D 1-5 F 1-4 G 1-2	152,0	160,0	9,0	6,0	1670	220	616	616	76,9	31400	549	12,30	122	2400	3700	4500
		153,9	160,9	9,1	6,0	1749	227	631	631	78,4	33050	568	12,58	121	2370	3950	3950
		153,8	160,8	9,1	6,0	1744	227	629	629	78,2	32920	566	12,34	121	2650	4090	4090
		151,9	159,3	8,8	6,1	1650	217	594	594	74,6	30410	534	11,97	123	2560	3600	3600
		151,9	159,4	8,8	6,1	1648	217	594	594	74,6	30400	533	11,93	123	2585	3595	3595

Die Versuche lassen sich nach der Belastungsart in folgende Gruppen gliedern :

Belastungsart		Profilreihe	Anzahl der Versuche
Reine Biegung		I PE	1
		I PBI	1
Reine Torsion	St V	I PE I PBI	1 1
	WKT	I PE I PBI	1 1
Biegung und Torsion	St V	I PE	11
		I PBI	5
	WKT	I PE	14
		I PBI	8

2.3.2. Querschnittsabmessungen und Festigkeitskennwerte

Mit Rücksicht auf mögliche Walzungsgenauigkeiten wurden an jedem Profilstab die Querschnittsabmessungen h , b , t , s und D bestimmt und aus diesen die Querschnittskennwerte J_x (F_{yy}), W_x , J_y (F_{xx}), W_y , F_{ww} , W_w , J_T und λ errechnet. Im einachsigen Zugversuch an entsprechend DIN 17100 entnommenen Proben wurden als Festigkeitskennwerte die Streckgrenze β_S und die Bruchspannung β_B ermittelt. Alle genannten Werte sind in Tabelle 2.3 aufgeführt.

2.3.3. Meßmethoden, Anordnung der Meßstellen und Versuchsvorbereitung

An den Trägern der Hauptversuchsreihe wurden Verschiebungs- und Verdrehungsmessungen sowie Dehnungsmessungen durchgeführt. Lage und Bezeichnung der Meßquerschnitte und Meßstellen zeigt Bild 2.6.

Die Vertikalverschiebung v_{ym} in Trägermitte wurde mit Hilfe einer Meßuhr mit 1/100 mm Genauigkeit gemessen. Durch Kontrollmessungen am Auflager wurde die Eigenverformung der Membran und die Zusammendrückung der Auflager als vernachlässigbar klein ermittelt.

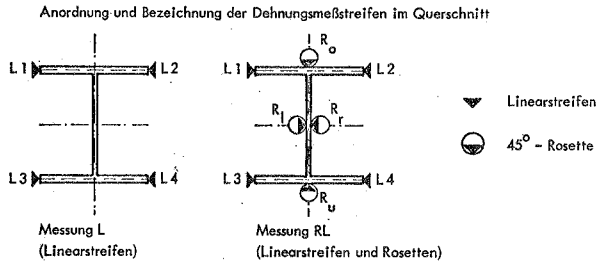
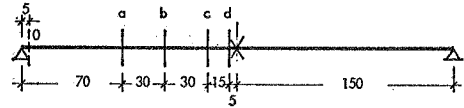
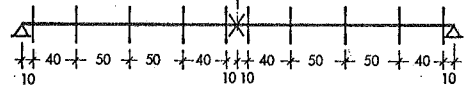
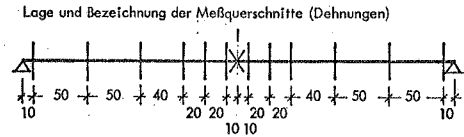
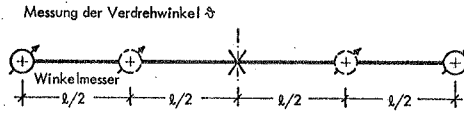
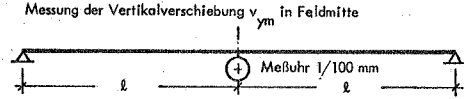


Bild 2.6. ÜBERSICHT ÜBER DIE MESSANORDNUNG DER HAUPTVERSUCHSREIHE

Kurzbezeichnung der DMS-Anordnungen (verwendet in den Tabellen 2.1., 2.2.)

Bezeichnung der DMS - Anordnung	Gesamtzahl der Dehnungsmeßstellen	bei Messung	in den Querschnitten
LL	16	L	a, b, c, d
RL	16	R/L	a
RL _o	20	R/L L	a o

Die Verdrehungsmessungen erfolgten an den beiden Auflagerquerschnitten mit Hilfe von zentrisch unmittelbar auf der Drehachse befestigten Winkelmessern mit einer Ablesegenauigkeit auf $\pm 0,05$ Altgrad. Bei den Versuchsträgern wurden in den Viertelpunkten Kontrollmessungen mit am Untergurt befestigten Winkelmessern durchgeführt. Die Ablesegenauigkeit war mit $\pm 0,2$ Altgrad noch befriedigend.

Für die Dehnungsmessungen wurden Drahtgitter - Dehnungsmeßstreifen, und zwar Linearmeßstreifen sowie 45° -Rosetten verwendet. Die Anordnung der Meßstreifen bzw. Rosetten bei den 3 m langen Versuchsstücken ist auf Bild 2.6 ausführlich beschrieben und in die Tabellen 2.1 und 2.2 aufgenommen. Die an den 4 m langen Versuchsträgern I, II, IX und X mit Hilfe von Setzdehnungsmessern vorgenommenen Dehnungsmessungen sind wegen der unbefriedigenden Meßgenauigkeit in der Dokumentation der Meßergebnisse nicht erfaßt. Auf eine Beschreibung der Anordnung der Meßstellen sei deshalb verzichtet.

Die 400 cm langen Träger der Reihe PE 220 wurden mit einem Kreidefarbanstrich versehen, wodurch der Ort erster Plastizierscheinung kenntlich und die Richtung der Hauptdehnungstrajektorien nach Erreichen der Fließgrenze sichtbar gemacht werden konnte.

Beim Einbau der Versuchsträger mußte auf Zwängungsfreiheit auch beim Vorhandensein von unvermeidbaren Vorverformungen geachtet werden. Deshalb wurden die Träger zuerst an den Endquerschnitten in der Versuchsvorrichtung befestigt. Erst dann wurden die Führungsstangen, an denen geringfügige Längenkorrekturen möglich waren, zwängungsfrei so angeordnet, daß der Träger die gewünschte Lage der Hauptachsen aufwies. Dieser Vorgang wurde durch Dehnungs- und Verschiebungsmessungen kontrolliert.

2.3.4. Durchführung der Versuche

Alle Versuchsträger wurden zur experimentellen Bestimmung der elastischen Biege- und Torsionssteifigkeit zunächst einer reinen Biegebeanspruchung und dann einer reinen Verdrehbeanspruchung unterworfen.

In den Tabellen 2.4 und 2.5 sind die gemessenen elastischen Biege- und Verdrehverformungen für sämtliche Träger aufgeführt. Auf die Ergebnisse dieses Versuchsteiles und deren Gegenüberstellung mit rechnerisch ermittelten Werten ist in den Abschnitten 3.1 und 3.2 nochmals eingegangen.

Im eigentlichen Traglastversuch wurden die Träger dann in zahlreichen ansteigenden Belastungsstufen mit darauf folgender Entlastung einer kombinierten Biege- und Verdrehbeanspruchung bzw. einer reinen Biege- (B 4, C 3) oder Verdrehbelastung (E 1, E 2, F 2, F 3) bis zum Versagen unterworfen, wobei bei sämtlichen Laststufen die Biege- und Verdrehverformungen sowie die Dehnungen gemessen wurden.

Um die Durchführung des Versuches und die Auswertung der Meßergebnisse zu erleichtern, wurde bei vorgesehener kombinierter Biege- und Torsionsbeanspruchung jeweils die Höhe der einen Lastgröße konstant gehalten und nur die andere Lastgröße verändert. Die konstante Lastgröße war so gewählt, daß sie rechnerisch allein noch keine Plastizierungserscheinungen am Versuchsträger hervorrief. Im "entlasteten" Zustand waren diese Versuchsträger also jeweils noch entweder einer Biege- oder einer Torsionsbeanspruchung unterworfen. Dieses Vorgehen erwies sich insbesondere im Hinblick auf die in den Abschnitten 4 und 5 beschriebenen Beurteilungskriterien des Tragverhaltens und die Auffindung von Interaktionsdiagrammen als äußerst zweckmäßig und sinnvoll. Die

Tabelle 2.4. ZUSAMMENSTELLUNG DER GEMESSENEN ELASTISCHEN VERFORMUNGSGRÖSSEN ALLER VERSUCHE AN IPE-PROFILIEN
(Verschiebungen, Verdrehungen, Dehnungskomponenten)

Angaben zum Versuchsträger		Lastfall Biegung $P = 1,0 \text{ Mp}$			Lastfall Torsion $M_T = 0,1 \text{ Mpm}$					
		Durchbiegung	Dehnungen ϵ (10^{-6})		Stegmitte ϵ_{Qy}	Endverdrehwinkel Φ ϵ in Altgrad		Dehnungen ϵ (10^{-6})		
Bezeichnung	Profil und Länge	v_{ym} in mm	Flanschaußenkante ϵ_y (Flanschmitte ϵ'_y)			Wölbkraft- torsion	St. Venant'sche Torsion	Flanschaußenkante ϵ_w	Stegmitte ϵ_T^I	Flanschmitte ϵ_T^I
Meßquerschnitt		Z = 0 cm	Z = 10 cm	Z = 50 cm	Z = 200 cm		Z = 10 cm	Z = 50 cm		
I	IPE 220 L = 2l = 400 cm	2,41	175	141		8,7		813	461	
II		2,54	167	141			14,4			
III		2,45					14,1			
IV		2,51					14,9			
V		2,49					15,0			
VI		2,47				9,2				
VII		2,54				9,3				
VIII		2,49				9,6				
IX		2,39	170	131		8,9		803	477	
X		2,40	162	136			13,6			
XI		2,47					14,7			
XII		2,40					14,4			
XIII		2,40				9,6				
XIV		2,44				9,6				
Rechnerisch mit Tabellenwerten zum Vergleich		2,40	172	136		9,4	15,5	854	512	
Meßquerschnitt		Z = 0 cm	Z = 5 cm	Z = 80 cm	Z = 80 cm	Z = 150 cm	Z = 5 cm	Z = 80 cm	Z = 80 cm	
A 1	IPE 220 L = 2L = 300 cm	1,10	133	64			10,4			
A 2		1,09	129	62		5,5		816	253	
A 3		1,08	127	62			10,6			
A 4		1,09	130	62		5,5		828	265	
A 5		1,10	133	63		5,6		838	256	
B 1		1,09	128	63		5,2		817	245	
B 2		1,05	130	63			9,8			
B 3		1,09	134	65		5,5		837	261	
B 4		1,05	133	64		-	-	-	-	
B 5		1,08	130	62		5,4		810	244	
E 1		1,10	133	64		6,1		924	287	
E 2		1,11	-	64(66)	26		12,1		373	852
E 3		1,11	134	65(62)		6,4		939	298	
E 4		1,06	-	68	25		11,7		369	803
Rechnerisch mit Tabellenwerten zum Vergleich		1,05	131	63(66)	27	5,7	11,7	877	293	401

Tabelle 2.5. ZUSAMMENSTELLUNG DER GEMESSENEN ELASTISCHEN VERFORMUNGSGRÖSSEN ALLER VERSUCHE AN I PBI-PROFILIEN
(Verschiebungen, Verdrehungen, Dehnungskomponenten)

Angaben zum Versuchsträger		Lastfall Biegung $P = 1,0 \text{ Mp}$				Lastfall Torsion $M_T = 0,1 \text{ Mpm}$			
		Durchbiegung		Dehnungen $\epsilon (10^{-6})$		Endverdrehwinkel δ in Allgrad	Dehnungen $\epsilon (10^{-6})$		Flanschnitte ϵ_{\perp}
		v_{ym} in mm	Flanschaufkante	Stegmitte	Flanschaufkante		Stegmitte		
Bezeichnung	Profil und Länge		ϵ_y	ϵ_{Qy}	Wölbkraft-torsion	ϵ_w	ϵ_{\perp}	ϵ_{\perp}	
			(Flanschnitte $\bar{\epsilon}_y$)						
Meßquerschnitt		Z = 0 cm	Z = 5 cm	Z = 80 cm	Z = 150 cm	Z = 5 cm	Z = 80 cm	Z = 80 cm	
C 1	I PBI 160 L = 2 = 300 cm	1,66	138	68	4,2	582	198		
C 2		1,70	134	65	4,2	612	194		
C 3		1,66	136	67	4,0	580	196		
C 4		1,66	139	68	4,2	577	191		
C 5		1,67	136	66	4,2	576	185		
D 1	1,70	135	65	4,2	576	185			
D 2	1,70	132	65	4,2	576	185			
D 3	1,70	137	66	4,2	560	184			
D 4	1,71	136	66	4,2	581	184			
D 5	1,70	131	65	4,2	586	186			
F 1	1,70	138	67	4,2	591	187			
F 2	1,66	-	65(71)	33	7,9	270	642		
F 3	1,70	140	66	33	8,0	269	605		
F 4	1,66	-	65(70)	33	4,2	278	608		
G 1	1,68	136	65	33	8,1				
G 2	1,65	-	66(70)	33	8,6				
Rechnerisch mit Tabellenwerten zum Vergleich		1,72	148	71(76)	4,2	633	214	302	

Belastungsreihenfolge ist aus den Tabellen 2.1 und 2.2 für die einzelnen Träger ersichtlich; insgesamt gliedert sich das Hauptversuchsprogramm in folgende Gruppen :

Versuchs- gruppe	Belastungsart		Anzahl der Versuche	Bezeichnung der Versuche
	Querbelastung	Torsionsbelastung		
1	verändert	0	2	B 4, C 3
2	verändert	konstant	24	IX bis XIV A/B/C/D 1 bis 5 (außer B 4, C 3)
3	0	verändert	4	E 1, E 2, F 2, F 3
4	konstant	verändert	14	I bis VIII E 3, E 4, F 1, F 4, G 1, G 2

2.4. Dokumentation der Meßergebnisse

In den Beilagen 1 bis 58 sind die ausgewerteten Meßergebnisse sämtlicher Versuche in übersichtlicher Weise dargestellt. Die Auswertung der Meßdaten ist in den Abschnitten 2.4.1 und 2.4.2 beschrieben. Eine Wertung der Versuchsergebnisse erfolgt in Kapitel 3.

2.4.1. Verformungsmessungen - Durchbiegung v_{ym} und Endverdrehung Δ_E

Auf den Beilagen 1 bis 26 sind für alle Versuchsträger die im belasteten Zustand gemessenen Veränderungen von v_{ym} und Δ_E - bezogen auf den Grundzustand konstanter Belastung - in Abhängigkeit von der veränderlichen Lastgröße aufgetragen. Die nach Entlastung (veränderliche Lastgröße gleich Null) gemessenen bleibenden Verformungen sind ebenfalls in die Diagramme aufgenommen und den vorausgehenden Laststufen zugeordnet.

Für die Gruppen 1 und 2 (Querbelastung veränderlich) ergibt sich im elastischen Bereich eine nahezu lineare Abhängigkeit zwischen der Belastungsgröße P und der Defor-

mationsgröße v_{ym} , die geringfügig durch die infolge der Verdrehverformungen ϑ aus zusätzlicher konstanter Torsionsbeanspruchung M_T veränderten Steifigkeitsverhältnisse beeinflusst wird (Transformation auf die Hauptachsen). Erst beim Auftreten von Plastifizierungserscheinungen wird diese quasiproportionale Beziehung gestört: Neben großen bleibenden Biegeverformungen ergeben die Messungen auch ein Anwachsen der vorher nahezu konstanten Verdrehverformungen für die Versuche der Gruppe 2.

Bei den Gruppen 3 und 4 (Torsionsbelastung veränderlich) läßt sich im elastischen Bereich ebenfalls eine Proportionalität zwischen der Belastungsgröße M_T und der Verdrehverformung ϑ feststellen, die in höheren Laststufen infolge örtlicher Fließvorgänge verloren geht. Da auch bei völlig elastischem Verhalten der Versuchsträger die Verdrehverformungen ϑ die Biegesteifigkeitsverhältnisse ändern, können sich für Versuchsgruppe 4 zusätzlich elastische Biegeverformungen ergeben ($F_{yy} \gg F_{xx}$). Bleibende Biegeverformungen treten allerdings erst auf, wenn in Zonen hoher Beanspruchungen die Streckgrenze des Werkstoffes erreicht wird.

Im unter Abschnitt 6 beschriebenen Rechenprogramm werden durch entsprechende Iterationsprozesse die Gleichgewichtsbedingungen am verformten System erfüllt und überdies Plastifizierungserscheinungen bei Ermittlung der Schnitt- und Verformungsgrößen erfaßt.

2.4.2. Dehnungen ϵ

Es wäre wenig sinnvoll, die an den Meßstellen ermittelten Dehnungswerte in Abhängigkeit von der veränderlichen Belastungsgröße einzeln aufzutragen, vielmehr ist es naheliegend, aus den Einzelmessungen eines Meßquerschnittes durch geeignete Rechenoperationen Dehnungsgrößen zu ermitteln, die zu Schnittgrößen in Beziehung gesetzt werden können.

An einem doppelsymmetrischen Querschnitt können, auf die Querschnittshauptachsen bezogen, folgende Schnittgrößen auftreten:

$$N, M_x, Q_x, M_y, Q_y, M_w, Q_w, (M_T^{II}), M_T^I.$$

Berücksichtigt man, daß die Linearmeßstreifen in z-Richtung auf den Träger aufgeklebt wurden und als Meßrichtungen der Rosetten $z - 45^\circ$, z , $z + 45^\circ$ gewählt waren, so er-

hält man bei idealisierten Bedingungen (vollständige Symmetrie der Querschnitte, der Meßstellenlage etc.) Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Dehnungen, die in den Tabellen 2.6 und 2.7 aufgeführt sind. Es wird hierbei vorausgesetzt, daß keine Normalspannungskomponenten in Querschnittsebene auftreten. Die Querkontraktionszahl μ ist gleich 0,3 gesetzt.

Die gemessenen Dehnungen ϵ_1 bis ϵ_{16} können sich unter den erwähnten Voraussetzungen aus verschiedenen Dehnungskomponenten zusammensetzen (Tabelle 2.6), die sich einzeln eliminieren lassen.

Zur Auswertung der Rosettenmessungen wurden die in [29] angegebenen Beziehungen herangezogen. Es ergeben sich die in Tabelle 2.7 aufgeführten Zusammenhänge zwischen Dehnungen und Schnittgrößen. Die linearen Zusammenhänge zwischen Dehnungen und Spannungen sind selbstverständlich nur im elastischen Bereich gültig.

Auf den Beilagen 27 bis 53 sind die in dieser Weise ermittelten Dehnungswerte aufgetragen. Die Diskussion der Meßergebnisse findet sich im anschließenden Abschnitt 3.

3. AUSWERTUNG DER VERSUCHSERGEBNISSE

In diesem Abschnitt soll versucht werden, das experimentell ermittelte Tragverhalten der Versuchsträger im elastischen und überelastischen Bereich unter besonderer Berücksichtigung der Veränderung der Tragmechanismen zu deuten.

3.1. Das Tragverhalten des biegebeanspruchten Stabes

Wie die Tabellen 2.4 und 2.5 zeigen, wurden bei elastischem Biegeverhalten Durchbiegungswerte v_{ym} gemessen, die sehr gut mit den unter Berücksichtigung der Schubdeformationen infolge Querkraft rechnerisch ermittelten Werten übereinstimmen. Zur Berechnung einer "Vergleichsdurchbiegung" sind die in den Tabellenwerken angegebenen Steifigkeitswerte und Abmessungen verwendet. Die maximale Abweichung der rechnerisch ermittelten Biegesteifigkeit vom Tafelwert beträgt nach Tabelle 2.3 weniger als 5 %.

Tabelle 2.6. ZUSAMMENSTELLUNG DER AUS DEN SCHNITTGRÖSSEN RESULTIERENDEN DEHNUNGSGRÖSSEN ϵ

Meßan- ordnung	Bei			erzeugt die Schnittgröße							Meß- wert ϵ		
	Meßstelle (Meßrich- tung in Grad)	Kurz- bezeich- nung	N	M_x	Q_x	M_y	Q_y	M_w	Q_w	M_T^I			
			bzw. M_T^k die Dehnungsgröße							(M_T^{II})			
Linear- streifen	L 1	0	1	$+\epsilon_N$	$+\epsilon_x$		$-\epsilon_y$		$+\epsilon_w$			ϵ_1	
	L 2	0	2	$+\epsilon_N$	$-\epsilon_x$		$-\epsilon_y$		$-\epsilon_w$			ϵ_2	
	L 3	0	3	$+\epsilon_N$	$+\epsilon_x$		$+\epsilon_y$		$-\epsilon_w$			ϵ_3	
	L 4	0	4	$+\epsilon_N$	$-\epsilon_x$		$+\epsilon_y$		$+\epsilon_w$			ϵ_4	
Rosette	R_o	-45	5	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$		$-\epsilon_{Qx}$	$-0,35 \bar{\epsilon}_y$			$-\epsilon_T^{II}$	$-\epsilon_T^I$	ϵ_5	
		0	6	$+\bar{\epsilon}_N$			$-\bar{\epsilon}_y$					ϵ_6	
		+45	7	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$		$+\epsilon_{Qx}$	$-0,35 \bar{\epsilon}_y$			$+\epsilon_T^{II}$	$+\epsilon_T^I$	ϵ_7	
	R_u	-45	8	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$		$+\epsilon_{Qx}$	$+0,35 \bar{\epsilon}_y$				$-\epsilon_T^{II}$	$-\epsilon_T^I$	ϵ_8
		0	9	$+\bar{\epsilon}_N$			$+\bar{\epsilon}_y$						ϵ_9
		+45	10	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$		$-\epsilon_{Qx}$	$+0,35 \bar{\epsilon}_y$				$+\epsilon_T^{II}$	$+\epsilon_T^I$	ϵ_{10}
	R_l	-45	11	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$				$-\epsilon_{Qy}$				$-\epsilon_T^I$	ϵ_{11}
		0	12	$+\bar{\epsilon}_N$									ϵ_{12}
		+45	13	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$				$+\epsilon_{Qy}$				$+\epsilon_T^I$	ϵ_{13}
	R_r	-45	14	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$				$+\epsilon_{Qy}$				$-\epsilon_T^I$	ϵ_{14}
		0	15	$+\bar{\epsilon}_N$									ϵ_{15}
		+45	16	$+0,35 \bar{\epsilon}_N$				$-\epsilon_{Qy}$				$+\epsilon_T^I$	ϵ_{16}

Die Schnittgrößen M_x , Q_x , M_y , Q_y sind auf die Querschnittsachsen x , y (lokales Koordinatensystem) bezogen.

M_T^k ist der aus dem "Schraublinienseffekt" resultierende Anteil am Torsionsmoment, auf den im Abschnitt 3.2.1 ausführlich eingegangen ist.

Tabelle 2.7. ERMITTLUNG DER DEHNUNGSKOMPONENTEN UND SCHNITTGRÖSSEN AUS DEN DEHNUNGSMESSUNGEN (elastisches Werkstoffverhalten)

Rechenoperationen zur Ermittlung der einzelnen Dehnungskomponenten	Beziehungen zwischen Dehnungskomponente, Spannungskomponente und Schnittgröße
$\frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4}{4} = \epsilon_N$ $\frac{\epsilon_6 + \epsilon_9}{2} = \bar{\epsilon}_N$ $\frac{\epsilon_{12} + \epsilon_{15}}{2} = \bar{\epsilon}_N$	<p>Bei Beanspruchung durch eine Längskraft N gilt</p> $\epsilon_N = \bar{\epsilon}_N = \bar{\epsilon}_N \quad \epsilon_N \cdot E = \sigma_N = \frac{N}{F}$ <p>Bei Torsionsbeanspruchung erreichte sich der "Schraublinienseffekt" nach Abschnitt 3.2.1. und 3.2.2.</p>
$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 - \epsilon_4}{4} = \epsilon_x$ $\frac{-\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon_3 + \epsilon_4}{4} = \epsilon_y$ $\frac{-\epsilon_6 + \epsilon_9}{2} = \bar{\epsilon}_y$ $\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2 - \epsilon_3 + \epsilon_4}{4} = \epsilon_w$	$\epsilon_x \cdot E = \sigma_x = \frac{M_x \cdot b}{F_{xx} \cdot z}$ $\epsilon_y \cdot E = \sigma_y = \frac{M_y \cdot (h-t)}{F_{yy} \cdot z}$ $\bar{\epsilon}_y \cdot E = \sigma_y = \frac{M_y \cdot h}{F_{yy} \cdot z} \quad (\text{Kontrolle})$ $\epsilon_w \cdot E = \sigma_w = \frac{M_w \cdot b \cdot (h-t)}{F_{ww} \cdot z}$
$\frac{-\epsilon_{11} + \epsilon_{13} + \epsilon_{14} - \epsilon_{16}}{4} = \epsilon_{Qy}$	$\epsilon_{Qy} \cdot \frac{E}{1+\mu} = \tau_{Qy} = \frac{Q_y \cdot s}{F_{yy} \cdot s}$
$\frac{-\epsilon_{11} + \epsilon_{13} - \epsilon_{14} + \epsilon_{16}}{4} = \epsilon_T^I$ $\frac{-\epsilon_5 + \epsilon_7 - \epsilon_8 + \epsilon_{10}}{4} = \bar{\epsilon}_T^I + \bar{\epsilon}_T^{II}{}^1)$	$\epsilon_T^I \cdot \frac{E}{1+\mu} = \tau_T^I = \frac{M_T^I \cdot s}{I_T}$ $\bar{\epsilon}_T^I \cdot \frac{E}{1+\mu} = \bar{\tau}_T^I \approx \frac{M_T^I \cdot c}{I_T} \quad (3.2.1)$

1) Die Komponente ϵ_T^{II} ist gegenüber $\bar{\epsilon}_T^I$ vernachlässigbar klein -
bei reiner St. Venant'scher Torsion ist $\bar{\epsilon}_T^{II}$ im elastischen Bereich gleich 0.

Mit der Berechnungsformel

$$v_{ym} = \frac{P L^3}{48 E J} + \frac{P L}{4 G \bar{F}}$$

erhält man Anteile der Querkraftdeformation, die je nach Trägerlänge zwischen 4 % ($L = 2 \ell = 400 \text{ cm}$) und 8 % ($L = 2 \ell = 300 \text{ cm}$) der Gesamtdurchbiegung ausmachen.

Die gemessenen elastischen Dehnungsanteile ϵ_y und $\bar{\epsilon}_y$, in den Querschnitten a und d (bzw. d' und f' für die Versuche I, II, IX, X) sind ebenfalls tabellarisch erfaßt und den rechnerisch ermittelten Werten gegenübergestellt. Die gemessenen Biegedehnungen ϵ_y und ϵ_x sind auf den Beilagen 27 bis 36 in Abhängigkeit von der Belastung aufgetragen.

Die an den Trägern B 4 und C 3 durchgeführten Traglastversuche unter reiner Biegebeanspruchung zeigen das erwartete Verhalten: nach dem Auftreten von Fließerscheinungen in Trägermitte wachsen die Durchbiegungen v_{ym} stark an, die erreichte Traglast entspricht mit guter Näherung dem rechnerischen Wert bei Erreichen des Grenzmomentes. Eine Umlagerung von Tragmechanismen kann an dem vorliegenden äußerlich und innerlich statisch bestimmten System nicht auftreten. Erst bei sehr großen Durchbiegungswerten, die beim Versuch nicht erreicht wurden, wäre eine Teilabtragung der Querkraft durch Normalbeanspruchung des Trägers denkbar, wobei das Tragverhalten durch die Differentialgleichung des "biegesteifen Seiles" beschrieben würde.

3.2. Das Tragverhalten des verdrehbeanspruchten Stabes

Zur Beurteilung des elastischen Verhaltens der I-Träger unter Verdrehbeanspruchung stehen ebenfalls Verformungs- und Dehnungsmessungen zur Verfügung. Die im Versuch gemessenen Größen können jedoch nicht ohne weiteres mit den rechnerisch unter Verwendung der Tabellenwerte für die Steifigkeiten und Abmessungen ermittelten Werten verglichen werden: wie schon die Tabelle 2.3 zeigte, sind die Abweichungen von den Sollabmessungen bei Ermittlung des Wölbwiderstandes F_{ww} und insbesondere des St. Venant'schen Torsionswiderstandes J_T von größerem Einfluß als dies bei der Biegesteifigkeit der Fall war. Die Berechnung des Torsionswiderstandes J_T aus den Querschnittsabmessungen erfolgte nach der Formel

$$J_T = 2 \left[\frac{1}{3} b t^3 (1 - 0,63 \frac{t}{b}) + \frac{1}{3} (h - 2t) s^3 + 2 \alpha D^4 \right], \quad (3.1)$$

in der der Durchmesser des am Gurt-Steg-Übergang einzubeschreibenden Kreises D und ein von den Verhältnissen $\frac{s}{t}$ und $\frac{r}{t}$ abhängiger Beiwert α zur näherungsweise Berücksichtigung eines zusätzlichen Anteiles der Übergangszonen am Verdrehwiderstand herangezogen werden. Die Beziehung $2 \alpha D^4$ wurde in [30] und [31] durch experimentelle Untersuchungen gefunden und ist in dieser Form in den Tafelwerten [32] aufgenommen. Bei den untersuchten Trägern der Profilreihen I PE 220 und I PBI 160 bewegt sich dieser zusätzliche Anteil der Übergangzone an der Gesamtsteifigkeit rechnerisch in der Größenordnung von 30 %.

Da die Bestimmung von D nur mit ungenügender Genauigkeit erfolgen kann, ist die Ermittlung von J_T mit der angegebenen empirisch gefundenen Formel sehr unbefriedigend. Aus diesem Grunde wurden die gemessenen elastischen Verdrehwinkel ϑ_e bei St. Venant'scher Torsionsbeanspruchung zur Ermittlung der Torsionssteifigkeit herangezogen. Die verwendete Beziehung lautet :

$$J'_T = \frac{M_T \cdot l}{G \cdot \vartheta} \quad (3.2)$$

Die Unterschiede zu den rechnerisch aus den Querschnittsabmessungen bestimmten Werten betragen im Mittel + 8 %.

Träger	$J_T \text{ cm}^4$ aus Querschnittsmessungen nach Formel (3.1)	$J'_T \text{ cm}^4$ aus Verformungsmessungen nach Formel (3.2)
II	8,81	9,87
III	9,00	10,10
IV	8,77	9,54
V	8,78	9,48
X	9,49	10,46
XI	9,52	9,65
XII	9,34	9,85
A	8,97	10,11
B	9,44	10,85
E	7,91	8,93
C	12,58	12,79
D	12,54	12,62
F	11,97	13,32
G	11,93	13,07

In [33] ergaben sich bei ähnlichem Vorgehen etwa um 19 % erhöhte Steifigkeiten.

3.2.1. St. Venant'sche Torsion

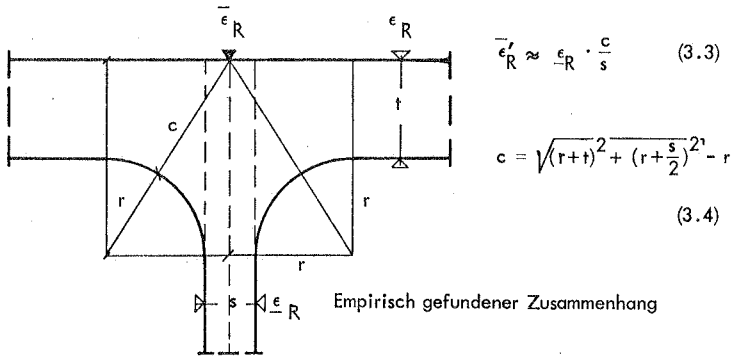
Wegen der Ermittlung der Torsionssteifigkeiten aus den Verdrehverformungen bietet sich keine Kontrollmöglichkeit der elastischen Deformationen. Die Gegenüberstellung der mit J_T^I und der gemessenen Stegdicke s errechneten Dehnungen im Steg $\underline{\epsilon}_R$ mit den gemessenen Dehnungswerten $\underline{\epsilon}_T^I$ ergibt jedoch befriedigende Übereinstimmung :

$$\underline{\epsilon}_R = \frac{M_T^I \cdot s}{J_T^I \cdot E} (1 + \mu) \cdot 10^6$$

$$M_T = 0,1 \text{ Mpm}$$

Träger	Dehnungen ϵ [10^{-6}]	
	$\underline{\epsilon}_R$ Rechenwert	$\underline{\epsilon}_T^I$ Meßwert (Mittel)
IPE 220 E 2, E 4	404	371
I PBI 160 F 2, F 4, G 2	284	272

Berücksichtigt man das tatsächliche Dickenverhältnis t/s , so lassen sich die in den Flanschen zu erwartenden Beanspruchungsverhältnisse $\bar{\epsilon}_R$ errechnen. Diese rechnerischen Dehnungswerte stehen jedoch in keiner Beziehung zu den in Gurtmitte tatsächlich gemessenen Werten. Zwar ist in [34] ein Berechnungsweg zur Erfassung erhöhter Beanspruchungsverhältnisse in den Ausrundungszonen torsionsbeanspruchter Winkelprofile angegeben, der aber auf den vorliegenden Fall nicht angewendet werden kann. Ein eigener Vorschlag zur näherungsweisen Erfassung der auftretenden Beanspruchung geht auf die Verwendung einfacher geometrischer Beziehungen zur Bestimmung des Abstandes c zurück unter der Annahme, daß der Zusammenhang (3.3) gilt :



$$\bar{\epsilon}'_R \approx \epsilon_R \cdot \frac{c}{s} \quad (3.3)$$

$$c = \sqrt{(r+t)^2 + (r+\frac{s}{2})^2} - r \quad (3.4)$$

Bild 3.1. NÄHERUNGSWEISE ERFASSUNG DER BEANSPRUCHUNG $\bar{\epsilon}_T$ IM BEREICH DES GURT - STEG - ÜBERGANGES

Ein Vergleich der gemessenen Dehnungsverhältnisse und Dickenverhältnisse zeigt zumindest für die untersuchten Profile eine recht gute Übereinstimmung.

$$M_T = 0,1 \text{ Mpm}$$

Träger- bezeich- nung (Versuche)	Dehnungen infolge St. Venant'scher Torsion (10^{-6})			Verhältnisswerte (gemessen)	
	übliche Rechenweise	Vorschlag Formel (3.3)	Meßwert (Mittel)	Dicken- verhältnis	Dehnungs- verhältnis
	$\bar{\epsilon}_R = \epsilon_R \cdot \frac{t}{s}$	$\bar{\epsilon}'_R = \epsilon_R \cdot \frac{c}{s}$	$\frac{-I}{\epsilon_T}$	$\frac{c}{s}$	$\frac{-I}{\epsilon_T} / \frac{I}{-\epsilon_T}$
IPE 200 (E 2, E 4)	586	917	827	2,30	2,23
IPBL 160 (F 2, F 4, G 2)	412	695	618	2,45	2,27

Die tatsächlich auftretenden örtlichen Beanspruchungen überschreiten die nach der üblichen Methode rechnerisch ermittelten Werte ganz beträchtlich (40 - 50 %), die vorgeschlagene Näherung gibt dagegen die Größenordnung der Schubbeanspruchungen richtig wieder. Die Dehnungswerte $\frac{-I}{\epsilon_T}$ und $\frac{I}{-\epsilon_T}$ sind auf den Beilagen 49 bis 53 in Abhängigkeit von der Torsionsbeanspruchung aufgetragen.

Für die bei den Versuchen verwendeten Profile erhält man :

Profil (Versuch)	Plastisches Widerstandsmoment T_{pl} [cm ³] für	
	tatsächliche Abmessungen	Sollabmessungen nach DIN 1025
IPE 220 (E 2)	13,1	14,42
IPBI 160 (F 2)	17,6	18,01

Die Abweichungen gegenüber den in [10] ermittelten Werten (14,42 bzw. 17,95 cm³) liegen in der Größenordnung weniger Promille.

Die entsprechenden Last-Verformungs-Diagramme für die Versuche E 2 und F 2 (Beilagen 19, 23) zeigen jedoch, daß die rechnerische Größe M_{pl}

$$M_{pl} (E 2) = T_{pl} \cdot T_{Fl} = \frac{13,1 \cdot 2710}{\sqrt{3}} = 20500 \text{ kpcm}$$

$$M_{pl} (F 2) = \frac{17,6 \cdot 2560}{\sqrt{3}} = 26000 \text{ kpcm}$$

im Versuch erheblich überschritten wird.

Außerdem ist bei beiden Versuchen im Bereich großer Verdrehverformungen ein Verfestigungseffekt sichtbar, der nur durch einen veränderten Übertragungsmechanismus erklärt werden kann. Das Phänomen dieses "Schraublinienseffektes" ist in den Veröffentlichungen [25, 35, 36] beschrieben.

Beim Auftreten großer Verdrillungen bildet sich ein Eigenspannungszustand aus, der den Querschnittsverwölbungen infolge der schraubenförmigen Verformung der drehpunktsfernen Fasern entgegenwirkt. Die auftretenden - zu ϑ^2 proportionalen - Normalspannungen sind aufgrund der vorhandenen Torsionsverformungen ϑ' in der Lage, einen Teil des Torsionsmomentes durch die entstehenden "Abtriebs-

kräfte" zu übertragen. Auf die Herleitung der Beziehungen sei hier verzichtet. Für die vorliegenden I-Querschnitte gilt :

$$M_T' = \frac{E}{2} U_T \vartheta'^3 \quad (3.6)$$

worin $U_T = \int r^2 (r^2 - i^2) dF$

mit $i^2 = \frac{F_{yy} + F_{xx}}{F}$

und $r^2 = x^2 + y^2$

so daß $U_T = F_{xxxx} + F_{yyyy} + 2 F_{xxyy} - \frac{(F_{xx} + F_{yy})^2}{F}$ (3.7)

Berücksichtigt man diesen von ϑ'^3 abhängigen Anteil am Torsionsmoment, so erhält man die in Bild 3.3 dargestellte Beziehung zwischen M_T und ϑ' , die sehr gut mit den gemessenen Werten übereinstimmt und den Verfestigungseffekt erklärt.

Die Normalspannungsverteilung läßt sich aus der Beziehung







$$\sigma_N = \frac{E}{2} (r^2 - i^2) \vartheta'^2 \quad (3.8)$$

errechnen. Die zugehörigen Dehnungswerte ϵ_N für die Laststufe $M_T = 9400$ kpcm sind unter Verwendung der Tabellenwerte für J_T und der für diese Laststufe noch zulässigen Näherung $\vartheta' = M_T / GJ_T$ für die Profile I PE 220 und I PBl 160 an den Flanschaußenkanten, in Flanschnitte und in Stegmitte errechnet und in der nachfolgenden Tabelle 3.1 aufgeführt.

Eine Gegenüberstellung mit den gemessenen Dehnungswerten zeigt, daß die Tendenz richtig wiedergegeben ist. Bei Berücksichtigung der tatsächlichen Quer -

schnittsabmessungen und Verdrehverformungen könnte noch eine geringfügig verbesserte Übereinstimmung von Meß- und Rechenergebnissen erzielt werden.

Tabelle 3.1 GEGENÜBERSTELLUNG VON RECHEN- UND MESSERGEBNISSEN
Dehnungswerte ϵ_N infolge des "Schraublinienseffektes"

Profil	Meßstelle und Bezeichnung der Dehnungswerte	Dehnungswerte ϵ_N (10^{-6}) für Torsionsbelastung $M_T = 9400$ kpcm			
		Rechnerische Dehnung nach Formel (3.8)	Gemessene Dehnung (Mittelwert)	Anzahl der Meßwerte	Versuchskörper
IPE 200	 ϵ_N	42,6	38,0	14	A 1, A 3, B 2, E 2, E 4
	 $\bar{\epsilon}_N$	17,9	15,0	4	E 2, E 4
	 ϵ_N	-72,8	-91,3	4	E 2, E 4
IPBL 160	 ϵ_N	24,8	21,1	17	C 2, D 2, D 4, F 2, F 4, G 2
	 $\bar{\epsilon}_N$	- 3,8	-	-	
	 ϵ_N	-26,7	-23,3	6	F 2, F 4, G 2

Der Verlauf der gemessenen Dehnungen ϵ_N ist auf den Beilagen 49 bis 53 in Abhängigkeit von der Torsionsbeanspruchung wiedergegeben.

Die Versuchsergebnisse zeigen, daß bei offenen Profilen unter St. Venant'scher Torsionsbeanspruchung keine "Traglast" definiert werden kann, unter der das System versagt, da ein Anwachsen der Verdrehungen eine Umlagerung des Übertragungsmechanismus (helix-effect) bedeutet. Nach völligem Plastizieren des Querschnittes infolge der Normalspannungen σ_N des geschilderten Eigenspannungszustandes könnte theoretisch jeder weitere Zuwachs der Belastungsgröße M_T allein durch einen entsprechenden Zuwachs der Deformation ϑ bei unveränderten Spannungsgrößen aufgenommen werden.

An den Diagrammen der Beilagen 54 bis 58 sei abschließend gezeigt, wie sich der versteifende Einfluß des "Schraublinienseffektes" auf die Verdrehverformungen ϑ auswirkt.

Es ist der bezogene Zuwachs der Gesamtverdrehung $\Delta\vartheta/\Delta M_T$ bei Belastungssteigerung und der "quasielastische" bezogene Verdrehungszuwachs $\Delta\vartheta - \Delta\vartheta_{\text{bleibend}}/\Delta M_T$ beim Entlastungsvorgang in Abhängigkeit von der Höhe der Torsionsbeanspruchung dargestellt, wobei die aufgetragenen Werte aus den auf die Belastungssteigerung ΔM_T bezogenen Differenzen der für zwei benachbarte Be- und nachfolgende Entlastungsstufen gemessenen Deformationen folgen :

$$\Delta\vartheta = \vartheta_{(M_T + \Delta M_T)} - \vartheta_{(M_T)} \quad (3.9)$$

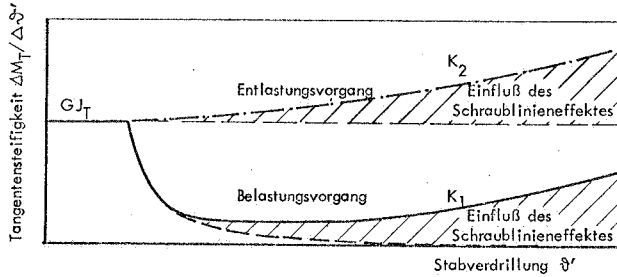
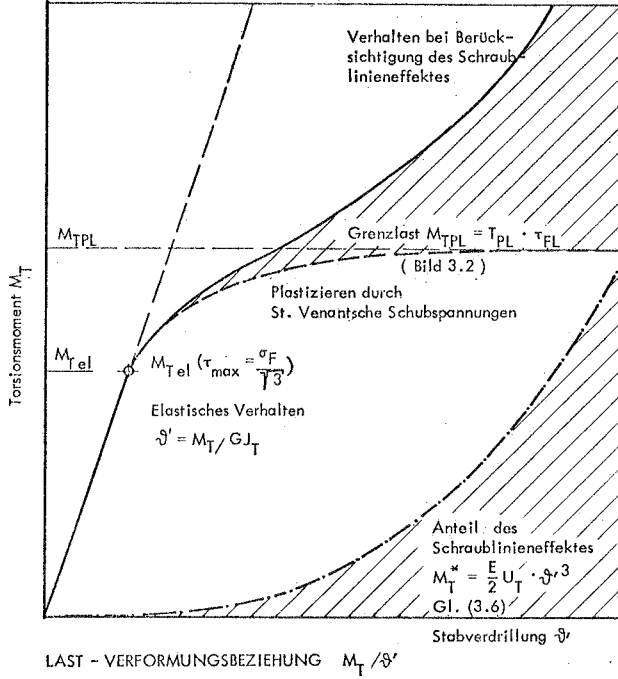
$$\Delta\vartheta_{\text{bleibend}} = \vartheta_{\text{bl}}(M_T + \Delta M_T) - \vartheta_{\text{bl}}(M_T) \quad (3.10)$$

Setzt man diese Werte vereinfachend zum Zuwachs der Torsionsbeanspruchung ΔM_T in die Beziehung

$$\frac{\Delta\vartheta}{l \cdot \Delta M_T} = \frac{\Delta\vartheta'_1}{\Delta M_T} = \frac{1}{K_1} \quad (3.11)$$

$$\frac{\Delta\vartheta - \Delta\vartheta_{\text{bl}}}{l \cdot \Delta M_T} = \frac{\Delta\vartheta'_2}{\Delta M_T} = \frac{1}{K_2} \quad (3.12)$$

so bedeuten die errechneten Quotienten K ein Maß für die jeweils vorhandene "Tangentensteifigkeit" des Be- bzw. Entlastungsvorganges. Während mit dem Auftreten größerer Verdrehungen dieser K-Wert für den Belastungsvorgang abfällt und sich, wie bei den Diagrammen E 2 und E 4 besonders gut sichtbar, auf einen niedrigeren Wert einpendelt, wird für den "elastischen" Entlastungsvorgang ein sehr starkes Anwachsen der Torsionssteifigkeit - zweifellos die Folge des Schraublinieneffektes - sichtbar. Der Zusammenhang ist in Bild 3.3 nochmals erläutert, wobei für den Schraublinieneffekt vereinfachend die elastische Beziehung nach Formel (3.6) angesetzt wurde.



BEZIEHUNG ZWISCHEN TANGENTENSTEIFIGKEIT UND VERDRILLUNG

Die Tangentensteifigkeit $\Delta M_T / \Delta \vartheta'$ ist ein Maß für die Steifigkeit bei Laststeigerung (Tangentensteifigkeit). Beim quasielastischen Entlastungsvorgang erfaßt die Tangentensteifigkeit $\Delta M_T / \Delta (\vartheta' - \vartheta'_{bl})$ neben GJ_T auch den von ϑ'^2 abhängigen Anteil des Schraublinieneffektes.

Bild 3.3 EINFLUSS DES SCHRAUBLINIENEFFEKTES AUF DAS VERDREHVERHALTEN EINES TORSIONSBEANSPRUCHTEN STABES

3.2.2. Wölbkraft-Torsion

Das elastische Verhalten der Träger ist durch die in den Tabellen 2.4 und 2.5 aufgeführten gemessenen Verdrehungen und die Dehnungen an den Flanschaußenkanten infolge Wölbnormalspannungen charakterisiert.

Berücksichtigt man die nach Abschnitt 3.2.1 ermittelten Torsionssteifigkeitswerte J_T' bei der rechnerischen Ermittlung der elastischen Deformationen und Verzerrungen, so erreicht man eine sehr gute Übereinstimmung der Werte aus Messung und Berechnung. Die Abweichungen der gemessenen Verdrehungen ϑ betragen im Mittel weniger als 5 % von den in den Tabellen aufgeführten Werten. In allen Fällen wurde rechnerisch ein niedrigerer Wert als beim Versuch ermittelt (Tabelle 3.2).

Die unter entsprechender Berücksichtigung der J_T' - Werte errechneten Wölbdehnungen an den Querschnitten a und d entsprechen ebenfalls mit guter Genauigkeit den Meßwerten der Versuche :

Mittlere Abweichung der gemessenen Dehnungswerte ϵ_w vom Rechenwert	I PE 220	I PBI 160
für Querschnitt a	-4,4 %	-8,2 %
für Querschnitt b	-1,4 %	-5,6 %

Die gemessenen elastischen Wölbdehnungen waren in der Regel kleiner als die rechnerisch ermittelten Werte.

Bei Erreichen von Plastizierungserscheinungen infolge der Wölbnormalspannungen setzt eine Aufweichung der Wölbbehinderung ein. Der lineare Zusammenhang zwischen dem Wölbmoment M_w und der Belastungsgröße M_T geht verloren. Aus den Diagrammen auf Beilage 46 für den Versuch E 1, mit denen der Verlauf der Wölbdehnungen in den Meßquerschnitten a, b, c und d in Abhängigkeit von der Torsionsbeanspruchung M_T dargestellt ist, wird diese Erscheinung deutlich : Das Bimoment strebt einem Grenzwert zu, der etwa dem in Abschnitt 1.4 erwähnten Wert M_{wPl} entsprechen dürfte. Das weitere Tragverhalten wird durch die in 1.4 am Modell gezeigte Umlagerung der Über-

Tabelle 3.2. GEGENÜBERSTELLUNG VON RECHEN- UND MESSERGEBNISSEN
 Verdrehwinkel und Wölbnormaldehnungen ϵ_w (Belastung $WKT, M_T = 0,1 \text{ Mpm}$)

	Versuchs- träger	Torsionswiderstand J_T ermittelt an Träger cm ⁴	Verdrehwinkel ϑ [Grad]			Dehnungswerte ϵ_w [10^{-6}]								
			Rechen- wert ϑ_R	Meßwert ϑ_M	Abwei- chung %	Rechenwerte		Meßwerte						
						Stelle d	Stelle a	Stelle d	Stelle a					
I PE 220 L = 400 cm	I	-	-	8,7	-									
	VI	III	10,10	8,76	9,2	-5,1			813 (Z=10)			461 (Z=50)		
	VII	IV	9,54	9,14	9,3	-1,7								
	VIII	V	9,48	9,16	9,6	-4,6								
	IX	X	10,46	8,52	8,9	-4,0			789 (z=10)		458 (z=50)		477	
	XIII	XII	9,85	8,86	9,6	-7,4								
	XIV	XI	9,65	9,05	9,6	-5,4								
	IPE 220 L = 300 cm	A 2, 4, 5	A 1, 3	10,11	5,31	5,5/5,6	-4,5		841		273		816/838	253/264
		B 1, 3, 5	B 2	10,85	5,05	5,2/5,5	-5,7		809		257		810/837	244/261
		E 1, 3	E 2, 4	8,93	5,97	6,1/6,4	-4,7		928		303		924/937	287/298
	IPB 160 L = 300 cm	C 1, 3, 4, 5	C 2	12,79	3,99	4,0/4,2	-4,3		614		207		577/612	191/198
D 1, 3, 5		D 2, 4	12,62	4,03	4,2	-3,7		618		210		560/576	184/185	
F 1, 3		F 2, 4	13,32	4,04	4,1/4,2	-2,1		617		200		581/586	184/186	
G 1		G 2	13,07	4,18	4,2	-2,1		623		203		591	187	

tragungsmechanismen bestimmt, wobei sowohl wegen der Plastizierscheinungen selbst als auch der damit verbundenen veränderten Systemgliederung erhöhte Deformationen auftreten. Wie die an den Versuchsträgern C, D, E, F, G als Kontrolle durchgeführten Verdrehungsmessungen ϑ_V in den Systemviertelspannen zeigten, strebt das Verhältnis der am Trägerende und der an diesen Stellen gemessenen Verdrehungen $\vartheta_E / \vartheta_V$ dem Grenzwert 2,0 zu, was dem Verformungsverhalten eines Trägers mit über die Länge konstanter Verdrillung entsprechen würde - d.h. die Wölbbehinderung in Feldmitte bedeutet nur noch eine unerhebliche örtliche Störung eines Trägers, der die Belastungsgröße M_T in weiten Bereichen ausschließlich über primäre Schubspannungen abträgt. Im Bereich großer Verdrillungen ist auch hier der unter 3.2.1 ausführlich beschriebene Schraublinieneffekt an der Übertragung des Torsionsmomentes beteiligt, während im elastischen Bereich dieser Anteil vernachlässigbar gering bleibt, wie die nachfolgende Tabelle 3.3 zeigt.

Tabelle 3.3. GEGENÜBERSTELLUNG VON RECHEN- UND MESSERGEBNISSEN

Dehnungswerte ϵ_N (Flanschaußenkante)
infolge des "Schraublinieneffektes"

Belastung $M_T = 9400$ kpcn

Profil	Querschnitt	Dehnungswerte ϵ_N [10^{-6}]		Anzahl und Bezeichnung der Versuche
		Rechenwert	Meßergebnis (Mittel)	
IPE 220 L = 300 cm	a	14,1	15,1	8
	b	7,9	8,5	A 3, 4, 5
	c	1,8	(6,8)	B 1, 3, 5
	d	0,1	(1,5)	E 1, 3
IPB 160 L = 300 cm	a	8,0	(5,3)	10
	b	4,5	(3,1)	C 1, 3, 4, 5
	c	1,0	(1,5)	D 1, 3, 5
	d	0,1	(1,2)	F 1, 3 G 1

Selbstverständlich können Dehnungswerte dieser niedrigen Größenordnung ($\epsilon_N < 10 \cdot 10^{-6}$) nur dazu herangezogen werden, die Tendenz einer Erscheinung zu zeigen. Der Vergleich der Zahlenwerte wäre wenig sinnvoll.

Für die Definition einer "Traglast" gilt entsprechend das unter 3.2.1 Gesagte, da mit dem Aufweichen der Wölbbehinderung und dem Anwachsen der Verdrehungen das System sich in seinem Tragverhalten dem dort beschriebenen Verhalten angleicht.

3.3. Das Tragverhalten des gleichzeitig biege- und verdrehbeanspruchten Stabes

Das elastische Verhalten eines biege- und verdrehbeanspruchten Stabes wird in zahlreichen Veröffentlichungen [14, 15, 16, 17] behandelt. Nach entsprechender Vereinfachung und Bezeichnungsänderung der in [14] angegebenen Differentialgleichungen erhält man für den vorliegenden Belastungsfall ($m_x = m_y = q_x = q_y = m_T = 0$) die Beziehungen :

$$EF_{yy} v_y^{IV} + (M_x \cdot \vartheta)'' = 0$$

$$EF_{xx} v_x^{IV} - (M_y \cdot \vartheta)'' = 0$$

$$EF_{ww} \vartheta^{IV} - GJ_T \vartheta'' + M_x v_y'' - M_y v_x'' = 0 \quad (3.13)$$

Hierbei sind folgende Vereinbarungen getroffen :

- Das Bezugssystem wird durch die Schwerachse des unverformten Stabes gelegt.
- x, y sind Hauptachsen.
- Querschnitt in Stablängsrichtung konstant.
- Die Biegeschnittgrößen werden nach Theorie I. Ordnung (Vernachlässigung der Biegeverformungen) eingesetzt.
- Es werden kleine Verdrehwinkel vorausgesetzt, so daß $\sin \vartheta \sim \vartheta$ und $\cos \vartheta \sim 1$ gesetzt werden darf. Diese Zusatzbeziehung ist nur bis $\vartheta \leq 18^\circ$ mit 5% Genauigkeit gültig.

Besondere Erwähnung verdient in diesem Zusammenhang die Arbeit von Carl [42], wo unter Verzicht auf die Annahmen a bis d die Differentialgleichung für das Biege-

Torsions-Problem hergeleitet wird.

Die aus dem Aufbau des Differentialgleichungs-Systems (3.13) ersichtliche Kopp-
 lung des Biege- und Verdrehvorganges äußert sich im Versuch im Bereich kleiner
 Biege- und Verdrehverformungen in kaum meßbarer Weise. Es zeigt sich aber, daß
 die Vereinfachung e zu einer Fehlbeurteilung von stark verdrehten Trägern, die aber
 noch völlig elastisches Verhalten zeigen können, führen würde. Hierauf ist in Ab-
 schnitt 6 nochmals eingegangen.

3.3.1. Biegung und St. Venant'sche Torsion

Bei den vorliegenden Steifigkeitsverhältnissen ($F_{xx} \ll F_{yy}$) und dem gewählten sta-
 tischen System ist die Stelle höchster Beanspruchung von der Größe der Verdrehver-
 formungen abhängig. Da die Spannungen infolge der Primärtorsion beim betrachteten
 System z - unabhängig sind und vereinfachend angenommen sei, daß auf der Gurt -
 außenfläche an allen Punkten gleichgroße Schubspannungen wirken, ist es ausreichend,
 den Ort der maximalen Biegebeanspruchung zu bestimmen. Das lokale, auf die Quer-
 schnittshauptachsen bezogene Koordinatensystem sei mit x - y, das globale mit \bar{x} - \bar{y}
 bezeichnet.

Mit den Transformationsbeziehungen

$$M_y(z) = M_{\bar{y}}(z) \cos \vartheta(z)$$

$$M_x(z) = M_{\bar{y}}(z) \sin \vartheta(z)$$

und den Gleichungen

$$M_{\bar{y}} = M_{ym} \left(1 - \frac{z}{l}\right)$$

$$\vartheta = \vartheta_E \cdot \frac{z}{l}$$

$$\sigma_e(z) = \sigma_x(z) + \sigma_y(z)$$

worin

$$\sigma_x(z) = \frac{M_x(z)}{F_{xx} \cdot 2} \cdot b \quad \text{und} \quad \sigma_y(z) = \frac{M_y(z)}{F_{yy} \cdot 2} \cdot h$$

erhält man als Lösung die längenunabhängige Beziehung, daß die maximale Beanspruchung im Mittelquerschnitt auftritt, solange die Endverdrehung

$$\vartheta_E \leq \frac{F_{xx} h}{F_{yy} b} \quad (3.14)$$

bleibt. Mit der im Stahlbau üblichen Bezeichnungswise

$$\vartheta_E \leq \frac{W_y}{W_x} \quad (3.15)$$

Bei Verwendung der Tafelwerte bedeutet dies, daß für

I PE 220	$\vartheta_E \leq \frac{37,3}{252} = 0,148 \hat{=} 8,5^\circ$
I PBI 160	$\vartheta_E \leq \frac{76,9}{220} = 0,349 \hat{=} 20^\circ$

bleiben müßte. Die zugehörigen elastisch ermittelten Torsionsmomente betragen für diese Endverdrehungen :

Profil	Länge L = 2 l cm	Torsionsmoment kpcm
I PE 220	400	5500
	300	7300
I PBI 160	300	23200

Diese Überlegungen waren ausschlaggebend für die Reduzierung der Trägerlängen von 400 auf 300 cm, um einem Versagen der Träger um die schwächere Hauptachse weitgehend vorzubeugen.

Abhängig von der Belastungsreihenfolge wurde nach dem Auftreten von Plastizierungserscheinungen und größeren bleibenden Verformungen für Träger der Gruppe 2 (Torsion konstant) bzw. Träger der Gruppe 4 (Biegung konstant) ein Tragverhalten ähnlich dem unter Abschnitt 3.1 bzw. 3.2.1 festgestellt, wobei eine Interaktion der Belastungsgrößen beobachtet werden konnte. Hierauf ist in Abschnitt 5 eingegangen.

3.3.2. Biegung und Wölbkrafttorsion

An dem untersuchten System sind bei dieser Beanspruchungsart die ersten Flieberscheinungen in jedem Falle im Mittelquerschnitt zu erwarten. Während die das Plastizieren verursachenden Schnittgrößen unter 3.3.1 (M_Y , M_T) allein aus dem Gleichgewicht ermittelbar sind und infolgedessen keine Umlagerung erfolgen kann, stellt bei der Wölbkrafttorsion das Bimoment M_W eine Zwängungsgröße dar, die mit Deformationsbedingungen ermittelt werden muß und deshalb mit Änderung der Steifigkeitsverhältnisse infolge Plastizierens ebenfalls verändert wird. Die erwartete Umlagerung der Torsionsübertragungsmechanismen wird in den Diagrammen deutlich, in denen der Verlauf der gemessenen Wölbnormaldehnungen ϵ_W über die Trägerlänge bei konstanter Torsionsbeanspruchung für verschiedene zusätzliche Biegelaststufen aufgetragen ist (Beilagen 37 bis 42). Mit dem Auftreten der Flieberscheinungen wird der bis dahin unveränderte Verlauf von M_W sehr stark beeinflusst, die aus der Zwängungsgröße resultierenden Wölbnormalspannungen werden abgebaut. Im Querschnitt m ($z = 0$, Trägemitte), der mehr und mehr zur Übertragung der kraftschlüssigen Beanspruchungskomponente M_{ym} ausgenutzt wird, bildet sich ein "Wölb gelenk". Mit den in den Meßquerschnitten a und b gemessenen Wölbdehnungen ist dieser Zusammenhang auf den Beilagen 43 bis 45 nochmals in anderer Weise dargestellt.

Der Endzustand bei Erreichen der "Traglastkombination" würde sich - nach vollständiger Aufweichung der Wölbbehinderung - bezüglich der Deformationen und Verzerrungen nicht wesentlich von dem eines durch Biegung und St. Venant'sche Torsion beanspruchten Stabes unterscheiden - allerdings vereitelt das Auftreten des unter 3.2.1 geschilderten "Schraublinienseffektes" diesen Vergleich.

4. BEURTEILUNGSKRITERIEN ZUR AUFFINDUNG VON INTERAKTIONSDIAGRAMMEN

Schon nach der Durchführung der Vorversuche wurde offenbar, daß eine Beurteilung von "Grenzlastkombinationen" an torsions- und biegebeanspruchten Trägern ein weitaus schwierigeres Problem darstellt als bei ausschließlicher Belastung durch Biegemomente sowie Quer- und Normalkräfte. Zwar wurde mit Erfolg versucht, durch die Lagerbedingungen der Versuchsvorrichtung den Einfluß zweiachsiger Biegung infolge Verdrehver-

formungen weitgehend auszuschalten. Die Definition einer "Traglast" bei reiner Verdrehbeanspruchung sowie bei Belastungskombinationen hoher Torsions- und geringerer Biegebeanspruchung war jedoch wegen des Auftretens des Schraublinieneffektes illusorisch. Zur Beurteilung des Tragverhaltens boten sich die Ergebnisse der durchgeführten Verformungsmessungen an, jedoch mußte ein Weg gefunden werden, den Einfluß ungewollter, aber unvermeidbarer Parameter möglichst wirksam zu eliminieren, und zwar den Einfluß

- a) unterschiedlicher Werkstoffkennwerte, insbesondere der Streckgrenze β_S ,
- b) unterschiedlicher Querschnittsabmessungen - Steifigkeiten etc.,
- c) unterschiedlicher Systemabmessungen,
- d) der Nebeneinflüsse aus Deformationen

Von besonderer Wichtigkeit war es, Kriterien zu finden, die über einen möglichst weiten Bereich der Belastungskombinationen Biegung mit Torsion eine gleichwertige Beurteilung erlaubten, wobei auch die Vergleichsmöglichkeit bei unterschiedlicher Art der Verdrehbeanspruchung (3.3.1 und 3.3.2) Berücksichtigung finden mußte. Aus diesem Grunde schien es sinnvoll, die gemessenen Biegeverformungen als Beurteilungsmaßstab heranzuziehen, d.h. die Veränderung des Biegeübertragungsverhaltens infolge der zusätzlichen Verdrehbeanspruchung zu ermitteln - was gleich - zeitig der Problemstellung des Forschungsvorhabens in sinnfälliger Weise entsprach.

4.1. Berücksichtigung ungewollter Parameter

Bei den nachfolgenden Überlegungen ist davon ausgegangen, daß zur Beurteilung des Tragverhaltens eines biege- und torsionsbeanspruchten Systems - entsprechend DASt - Richtlinie 008 - die Ausbildung "örtlich konzentrierter Fließgelenke" angenommen werden darf, was die Berücksichtigung der unter a bis c genannten Parameter erleichtert. Man kann sich darauf beschränken, ihren Einfluß auf die Ausbildung eines solchen Gelenkes zu untersuchen, und dann den Einfluß der Gelenkausbildung auf die Deformationen beurteilen.

Der elastische Zusammenhang zwischen Biegemoment M_y und der Krümmung v_y'' ist nach der technischen Biegelehre

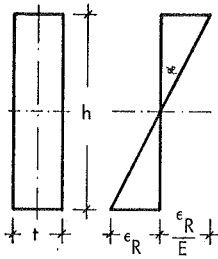
$$- \frac{M_y}{E I_{yy}} = v_y'' = \varepsilon_y$$

wobei v_y'' dem Dehnungsgradienten über der Querschnittsabmessung entspricht. Wird durch ein Zusammenwirken von Biege- und Torsionsspannungen örtlich die Streckgrenze überschritten, so werden bleibende Deformationen hervorgerufen - im Hinblick auf die Biegeverformungen tritt am "örtlich konzentrierten Fließgelenk" ein bleibender Knick auf, der mit den meßbar bleibenden Durchbiegungen in linearem Zusammenhang steht. Zieht man die gemessenen bleibenden Durchbiegungen als Kriterien für die Bestimmung einer "Traglastkombination" heran, so eliminiert man gleichzeitig die unter d) genannten Nebeneinflüsse.

4.1.1. Ungleiche Streckgrenze β_S

Zwar geben die in Tabelle 2.3 aufgeführten, im einachsigen Zugversuch ermittelten Streckgrenzen nur einen örtlich gemessenen Wert an, die Größenordnung der Streckgrenzenunterschiede muß aber zumindest näherungsweise berücksichtigt werden. Vereinfachend sei angenommen, daß die Streckgrenze über den Querschnitt und die Länge eines Trägers konstant ist, und ein elastisch-idealplastisches Werkstoffgesetz gilt. Bei gleichen Querschnittsabmessungen ergibt sich nun bei Berücksichtigung ungleicher Streckgrenze β_S folgender Zusammenhang zwischen Schnittgröße und Deformation, der am Beispiel eines Biegeträgers mit Rechteckquerschnitt in Bild 4.1 erläutert ist:

Bei n-facher Streckgrenze ist zur Erzeugung n-facher Krümmung ein n-faches Biegemoment erforderlich, wobei sowohl die elastischen wie die plastischen Krümmungsteile für sich n-fache Werte annehmen (Ähnlichkeit). Die Beziehungen können sinngemäß bei elastisch-idealplastischem Werkstoffverhalten auch für Verformungsgrößen $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_w$ bei Schnittgrößenkombinationen M_x, M_y, M_w bewiesen werden, wobei dann gilt, daß bei n-facher Streckgrenze n-fache Schnittgrößen n-fache elastische und bleibende Deformationen hervorrufen.

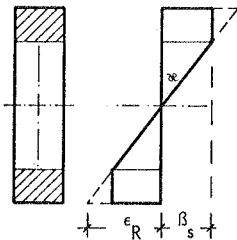


$$\epsilon_R \leq \frac{\beta_s}{E} \quad \sigma_R = \epsilon_R \cdot E$$

$$v'' = \kappa = - \frac{\epsilon_R \cdot 2}{h}$$

$$M = \frac{\epsilon_R \cdot E \cdot F_{yy} \cdot 2}{h}$$

$$\kappa = - \frac{M}{EF_{yy}} \quad \text{Elastisches Werkstoffverhalten}$$



$$\epsilon_R > \frac{\beta_s}{E}$$

$$v'' = \kappa = - \frac{\epsilon_R \cdot 2}{h}$$

$$M = \beta_s \left(\frac{t \cdot h^2}{4} - \frac{\beta_s^2 \cdot t}{3 E^2 \cdot \kappa^2} \right)$$

Elastisch-idealplastisches Werkstoffverhalten

Bild 4.1. MOMENTEN-KRÜMMUNGS-BEZIEHUNG IN ABHÄNGIGKEIT VON DER STRECKGRENZE β_s

Sollen Ergebnisse von Versuchen an Trägern mit unterschiedlichen Streckgrenzen gegenübergestellt werden, so empfiehlt sich die Vereinbarung einer Vergleichsstreckgrenze β_s^V .

4.1.2. Unterschiedliche Querschnittsabmessungen

Für das Deformationsverhalten und die Tragfähigkeit eines doppelsymmetrischen I-Querschnittes im elastischen und überelastischen Bereich sind - abhängig von der aufzunehmenden Schnittgröße - unterschiedliche Querschnittskennwerte maßgebend, wie die nachfolgende Tabelle zeigt.

Es sollen jedoch nur Ergebnisse von Versuchsträgern nominell gleicher Abmessungen zueinander in Beziehung gesetzt werden, so daß es ausreichend erscheint, die als Kriterium herangezogene bleibende Deformationsgröße zur gemessenen elastischen Verformung ins Verhältnis zu setzen, was bedeutet, daß das Gesamtbiege-

verhalten als proportional zu der elastischen Biegesteifigkeit (F_{yy}) angenommen wird.

Aufzunehmende Schnittgröße	Maßgebender Querschnittskennwert für		
	elastisches Verformungsverhalten	örtliches Erreichen der Streckgrenze	rechnerische Tragfähigkeit
Längskraft N	F	F	F
Biegemoment M_x	F_{xx}	$\frac{F_{xx} \cdot 2}{b}$	$2 F_{x(o)}$
M_y	F_{yy}	$\frac{F_{yy} \cdot 2}{h}$	$2 F_{y(o)}$
Wölbbmoment M_w	F_{ww}	$\frac{F_{ww} \cdot 2}{b \cdot h}$	$2 F_{w(o)}$
Primärtorsion M_T (offenes Profil)	J_T	$\frac{J_T}{c}$	T_{pl} nach Abschn. 3.2.1

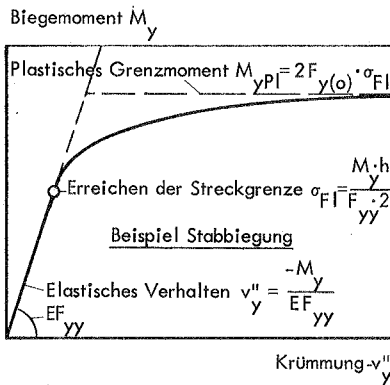


Bild 4.1 a LAST-VERFORMUNGS-BEZIEHUNG EINES BIEGEBEANSPRUCHTEN QUERSCHNITTS (schematisch)

4.1.3. Unterschiedliche Systemabmessungen

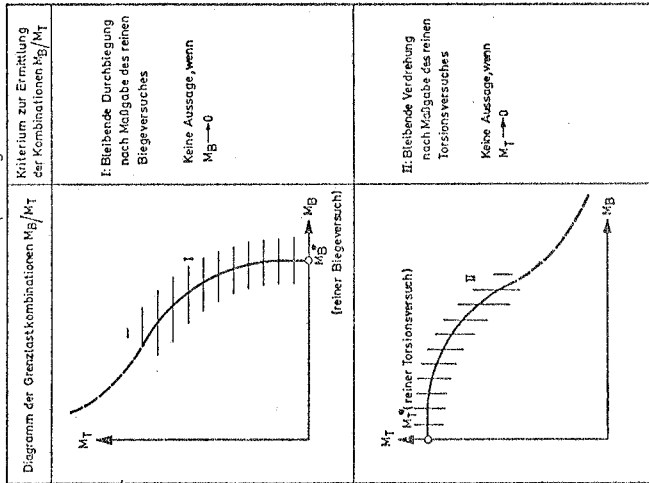
Da für die Profilverihe I PE 220 Träger verschiedener Länge untersucht wurden, war es notwendig, ein gleichwertiges Kriterium zu finden, um bei Erstellung eines Interaktionsdiagrammes sämtliche Versuche berücksichtigen zu können. Hier erwies es sich von besonderem Vorteil, daß in Trägemitte die aus Torsionsbeanspruchung resultierende Zwängungsgröße M_w - wie in Abschnitt 1 erläutert - bei den gewählten Abmessungen als nahezu völlig längenunabhängig angesehen werden konnte. Eine gleichwertige Beurteilung des Biegetragverhaltens nach der örtlichen Ausbildung eines bleibenden Knickes in Trägemitte bedeutete hier wegen des linearen Zusammenhanges der bleibenden Durchbiegung und der Trägerlänge lediglich eine entsprechende Veränderung der Vergleichsgröße. Allerdings mußte - neben der unter 4.1.2 erwähnten Berücksichtigung ungleicher Querschnittsabmessungen - noch die Längenabhängigkeit der als Bezugsgröße gewählten elastischen Durchbiegungen beachtet werden.

4.2. Aussagefähigkeit der gewählten Kriterien

Wie im vorhergehenden Abschnitt erläutert, sollte zur Beurteilung des Biegeübertragungsverhaltens des höchstbeanspruchten Querschnittes das Erreichen eines örtlichen plastischen "Knickes" - meßbar als bleibende Durchbiegung v_{ym} - dienen, wobei die in 4.1.1 bis 4.1.3 erwähnten Parameter berücksichtigt werden konnten. Setzt man nun die Größe dieser "kritischen" bleibenden Durchbiegung nicht absolut fest, sondern ordnet sie der jeweiligen Biegelaststufe M_{ym} entsprechenden rechnerischen elastischen Durchbiegung zu, so ergibt sich als Aussage :

Die in dieser Weise ermittelten Belastungspaare-Biegemoment/Torsionsmoment- geben die Lastkombination an, bei deren Erreichen die Biegesteifigkeit (definiert als $K_y = -M_y / \alpha_y$) am höchstbeanspruchten Mittelquerschnitt in entsprechender Weise beeinträchtigt ist. Das Kriterium ist für beide Torsionsarten gleichermaßen verwendbar. Für den reinen Torsionsfall läßt sich jedoch keine Grenzlast ermitteln.

Ermittlung von Grenzlasterkombinationen M_B/M_T zur Erstellung eines Interaktionsdiagrammes für gleichzeitige Biege- und Torsionsbeanspruchung



Interaktionsdiagramm Biegung / Torsion

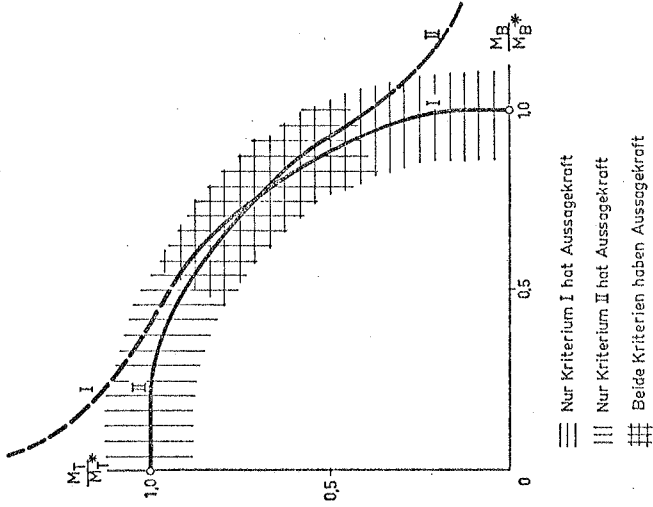


Bild 4.2. GELTUNGSBEREICH DER KRITERIEN ZUR ERMITTLUNG VON GRENZLASTKOMBINATIONEN

BELASTUNGS-
FALL

BIEGUNG
WÖLBKRAFTTORSION

(Die teilplastizierten Bereiche sind schraffiert.)

BIEGUNG
ST. VENANT'SCHE TORSION

REINE ST. VENANT'SCHE
TORSION

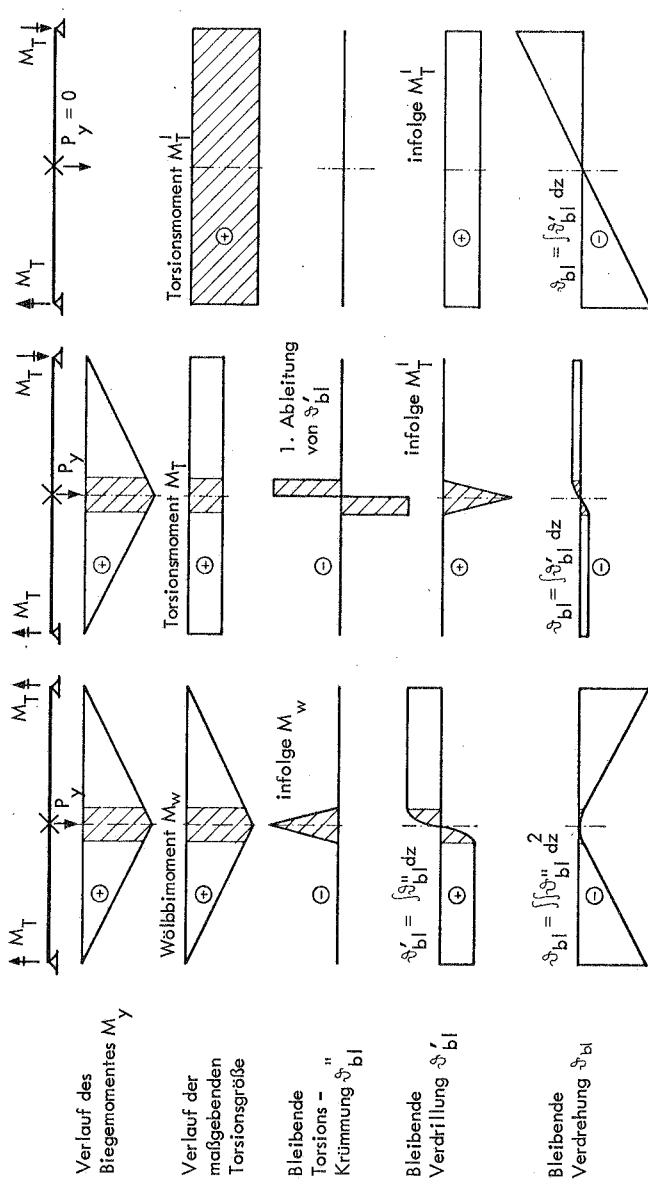


Bild 4.3. SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DES EINFLUSSES VON PLASTIZIEREINGUNGEN AUF DIE ALS TRAGLAST-
KRITERIUM DENKBARE VERFORMUNGSMESSGRÖSSE ϑ_{bl}

Für die Versuchsstücke mit wölbbehindertem Mittelquerschnitt läßt sich bei Verwendung der entsprechenden Größen (bleibende Endverdrehung bezogen auf elastische Endverdrehung) sinngemäß formulieren :

Die ermittelten Belastungspaare geben die Lastkombination an, bei deren Erreichen die Wölbsteifigkeit (definiert als $K_w = -M_w / \alpha_w$) am höchstbeanspruchten Mittelquerschnitt in entsprechender Weise beeinträchtigt ist. Für den reinen Biegelastfall läßt sich keine Grenzlast ermitteln. In Bild 4.2 sind diese Beziehungen anschaulich dargestellt.

Für die Träger mit St. Venant'scher Torsionsbelastung läßt sich aus den gemessenen Endverdrehungen kein gleichwertiges Kriterium ableiten :

Während aus den bei Plastizierungserscheinungen am wölbbehinderten Träger örtlich auftretenden bleibenden Flanschbiege- bzw. Wölb-Krümmungen (Deformationsgradient $\alpha_w = \vartheta''$) die bleibende Deformationsgröße ϑ_{bl} durch zweimalige Integration errechnet werden kann, ergibt sich die infolge örtlicher, bleibender Verdrillungen ϑ' auftretende bleibende Endverdrehung ϑ_{bl} bei St. Venant'scher Torsion aus einmaliger Integration - was erst bei in Längsrichtung ausgedehnten Fließbereichen nennenswerte Werte liefert. Einen Sonderfall stellt der reine Torsionsversuch dar, wo die bleibende Verdrillung wegen der Voraussetzungen über die Querschnittslänge konstant ist und infolgedessen eine Aussage über die Beeinträchtigung der St. Venant'schen Torsionssteifigkeit aus den gemessenen Verdrehungen getroffen werden kann. Diese Zusammenhänge sind in Bild 4.3 schematisch aufgezeigt.

5. INTERAKTIONSDIAGRAMME BIEGUNG / TORSION

5.1. Erstellung der Interaktionsdiagramme

Unter Verwendung der in Abschnitt 4 gefundenen Beurteilungskriterien sind die zugehörigen Lastkombinationen wie folgt ermittelt :

Zuerst wurden Verhältniszahlen α der gemessenen bleibenden zu den elastischen Deformationsgrößen (v_1 bzw. ϑ_1) für die Vergleichslänge $L_1 = 300$ cm als maßgebend

vereinbart. Bei den Profilträgern I PE 220 und I PBI 160 wurde jeweils für die Verhältnisse $\alpha = 0,25 - 0,50 - 0,75 - 1,0$ die Ermittlung der zugehörigen Grenzlastkombinationen durchgeführt. Für die längeren Träger der Profilvereihe I PE 220 ($L_2=400$ cm) ergaben sich unter Berücksichtigung des Abschnittes 4.1.3 und den in Tabelle 2.4 angegebenen Verformungswerten (v_2 bzw. ϑ_2) die Verhältniszerte β und γ aus den Beziehungen :

Profil I PE 220		$L_1 = 300$ cm	$L_2 = 400$ cm
Bezogene Durchbiegung $v_{1/2}^*$	$\frac{v_{ym}}{M_{ym}} \left[\frac{\text{cm}}{\text{Mpm}} \right]$	$\frac{1,05}{0,75} = 1,40$	$\frac{2,40}{1,00} = 2,40$
Bezogene Endverdrehung (Wölbkrafttorsion) $\vartheta_{1/2}^*$	$\frac{\vartheta_E}{M_T} \left[\frac{\text{Grad}}{\text{Mpm}} \right]$	$\frac{5,7}{0,1} = 57$	$\frac{9,4}{0,1} = 94$

$$\text{"Plastischer Biegeknick"} \quad \delta^B : \frac{\alpha \cdot v_1^* \cdot 4}{L_1} = \delta_1^B \stackrel{!}{=} \delta_2^B = \frac{\beta \cdot v_2^* \cdot 4}{L_2} \quad (5.1)$$

$$\text{"Plastischer Wölbknick"} \quad \delta^W : \frac{\alpha \cdot \vartheta_1^* \cdot 4}{L_1} = \delta_1^W \stackrel{!}{=} \delta_2^W = \frac{\gamma \cdot \vartheta_2^* \cdot 4}{L_2} \quad (5.2)$$

$$\text{Verhältniszerte } \beta \text{ (Biegung)} : \quad \beta = \frac{\alpha \cdot v_1^* \cdot L_2}{v_2^* \cdot L_1} = 0,778 \alpha \quad (5.3)$$

$$\text{Verhältniszerte } \gamma \text{ (WKT)} : \quad \gamma = \frac{\alpha \cdot \vartheta_1^* \cdot L_2}{\vartheta_2^* \cdot L_1} = 0,809 \alpha \quad (5.4)$$

Am Beispiel der Versuche IX und VII ist nachfolgend die Ermittlung von Grenzlastkombinationen für verschiedene α - Werte gezeigt.

ERMITTLUNG VON GRENZLASTKOMBINATIONEN FÜR DIE VERSUCHE IX UND VII

IX PE 220 L = 2 l = 400 cm VERGLEICHSTRECKGRENZE $\beta_S^V = 3000 \text{ kp/cm}^2$

Versuchsbezeichnung	Konstante Belastungsgrößen (Tabelle 2.1)		Streckgrenze β_S (Tabelle 2.3) kp/cm ²	Bezogene elastische Verschiebungen (Tabelle 2.4)	
	Biegung M_{ym} Mpm	Torsion M_T kpm		Durchbiegung $v_{ym}/M_{ym} = v_2^*$ mm/Mpm	Verdrehung $\vartheta_2^*/M_T = \vartheta_2^*/2$ Allgrad/Mpm
IX	-	94	2850	2,39	89
VII	5,0	-	3430	2,54	93

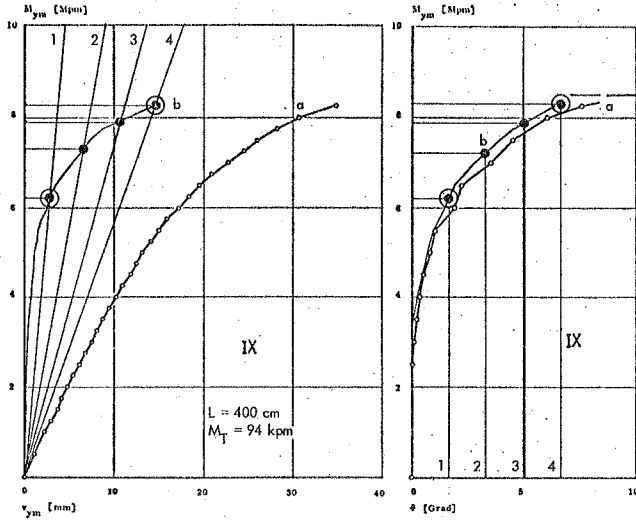
MASSGEBENDES KRITERIUM: bleibende Verschiebung v_{ym} (bl) $\beta = 0,778 a$

Versuchsbezeichnung		Maßgebende Verschiebungsgrößen			Zugehörige Lastgrößenkombination			
		Verhältniswert a	$v_2^* \cdot \beta$ mm/Mpm	$v_2^* \cdot \beta \cdot M_{ym}$ mm	entsprechend Bild 5.1		bezogen auf β_S^V (Bild 5.2)	
					M_{ym} Mpm	M_T kpm	M_{ym}^V Mpm	M_T^V kpm
IX Bild 5.1.1	1	0,25	0,465		6,25		6,58	
	2	0,50	0,930		7,33	94	7,72	99
	3	0,75	1,395		7,93		8,35	
	4	1,00	1,859		8,30		8,74	
VII Bild 5.1.4	1	0,25		2,47		179		157
	2	0,50		4,94	5,0	228	4,37	199
	3	0,75		7,41		251		220
	4	1,00		9,88		270		236

MASSGEBENDES KRITERIUM: bleibende Verdrehung ϑ_E (bl) $\beta = 0,809 a$

Versuchsbezeichnung		Maßgebende Verdrehungsgrößen			Zugehörige Lastgrößenkombination			
		Verhältniswert a	$\vartheta_2^* \cdot \beta$ Grad/Mpm	$\vartheta_2^* \cdot \beta \cdot M_{ym}$ Grad	entsprechend Bild 5.1		bezogen auf β_S^V (Bild 5.2)	
					M_{ym} Mpm	M_T kpm	M_{ym}^V Mpm	M_T^V kpm
IX Bild 5.1.2	1	0,25		1,69	6,22		6,55	
	2	0,50		3,38	7,24	94	7,62	99
	3	0,75		5,08	7,90		8,32	
	4	1,00		6,77	8,32		8,76	
VII Bild 5.1.3	1	0,25	18,8			208		182
	2	0,50	37,6		5,0	253	4,37	221
	3	0,75	56,4			281		246
	4	1,00	75,2			308		269

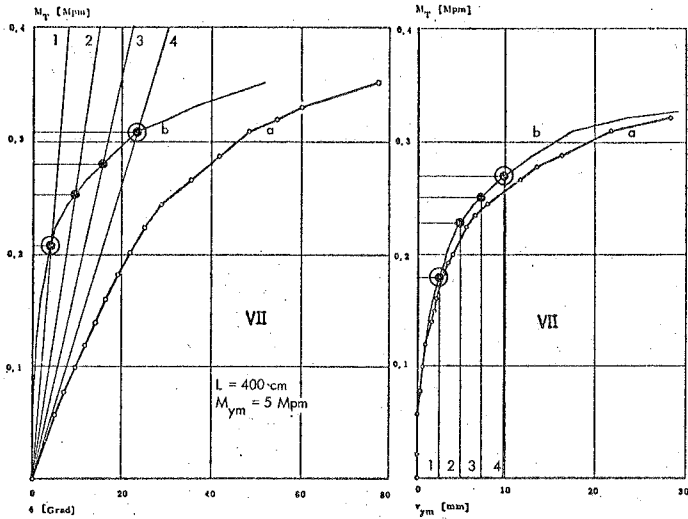
ERLÄUTERUNGEN ZU DEN BILDERN 5.1 UND 5.2



5.1.1. Kriterium bleibende Verschiebung v_{ym} (bl)

5.1.2. Kriterium bleibende Verdrehung β_E (bl)

ERMITTLUNG DER GRENZLASTKOMBINATIONEN BEI KONSTANTER VERDREH - BELASTUNG ($M_1 = \text{const.}$)



5.1.3. Kriterium bleibende Verdrehung β_E (bl)

5.1.4. Kriterium bleibende Verschiebung v_{ym} (bl)

ERMITTLUNG DER GRENZLASTKOMBINATIONEN BEI KONSTANTER BIEGE - BELASTUNG ($M_{ym} = \text{const.}$)

Bild 5.1 GRENZLASTERMITTLUNG

(β - und γ - Werte entsprechend $\alpha = 0,25 - 0,50 - 0,75 - 1,00$
Linienzug 1 2 3 4)

a Gesamtverschiebung (β_E, v_{ym})

b bleibende Verschiebungen nach Entfernen der veränderlichen Belastungsgröße.

Die Lastkombinationen M_{ym} - M_T wurden auf die in Bild 5.1 dargestellte Weise gefunden. Diese sind entsprechend den gemessenen Streckgrenzen β_S (Tabelle 2.3) auf eine vereinbarte Vergleichsstreckgrenze β_S^V (Abschnitt 4.1.1) umzurechnen. Für die Vergleichsmomente M^V erhält man :

$$M_{ym}^V = \frac{\beta_S^V}{\beta_S} \cdot M_{ym}$$

$$M_T^V = \frac{\beta_S^V}{\beta_S} \cdot M_T$$

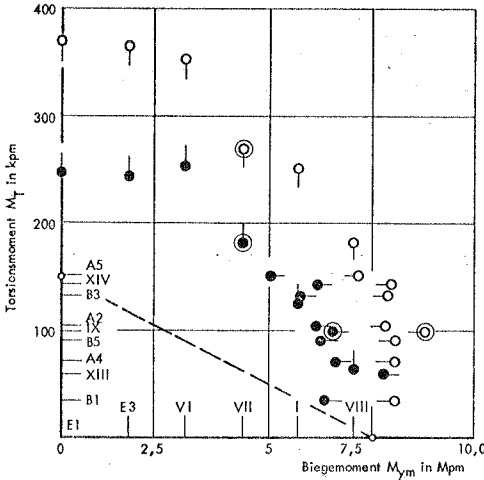
Auf den Bildern 5.2 und 5.3 sind die für $\alpha = 0,25$ und $\alpha = 1,0$ (bzw. die entsprechenden Werte β und γ) ermittelten Grenzlastkombinationen in Interaktionsdiagrammen zusammengestellt. Die Diagramme sind nicht dimensionslos gemacht, um den Vergleich der mit Hilfe unterschiedlicher Kriterien gefundenen Werte zu ermöglichen.

5.2. Auswertung und Deutung

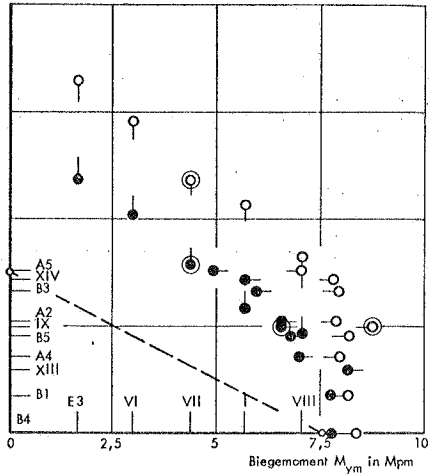
In Anbetracht der Vielzahl der zu berücksichtigenden Parameter und der in den Ausgangswerten enthaltenen Unsicherheiten (insbesondere Höhe der Streckgrenze, mögliche Eigenspannungszustände) sind die Ergebnisse durchaus zufriedenstellend. Bei Vergleich mit den in Abschnitt 1.4 rechnerisch ermittelten Lastkombinationen ist folgende Ähnlichkeit offensichtlich :

Je höher die Verhältniswerte α , β , γ der Kriterien angesetzt werden, d.h. je mehr man sich den tatsächlichen Traglasten nähert, desto ähnlicher werden die aus den Versuchen ermittelten Kurven dem Verlauf von I P bzw. II P* in Bild 1.10.

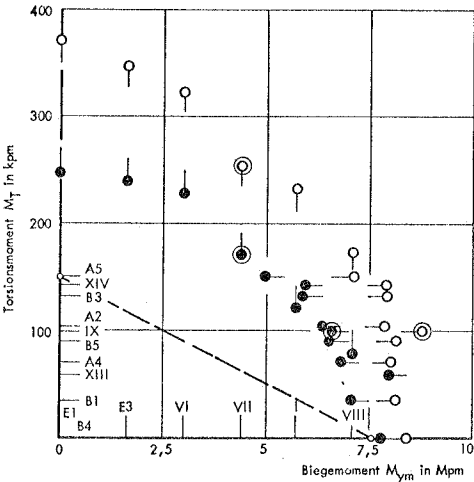
Für sehr niedrige Verhältniswerte dagegen würde man sich dem Verlauf I E und II E nähern - was dem Auftreten erster bleibender Verformungen infolge Plastizieren entspricht. Wie beziehungslos allerdings die so gefundenen Lastkombinationen zu den erreichbaren Grenzlasten sind, sollen die Diagramme auf Bild 5.4 (I PE 220) und Bild 5.5 (I PBI 160) verdeutlichen.



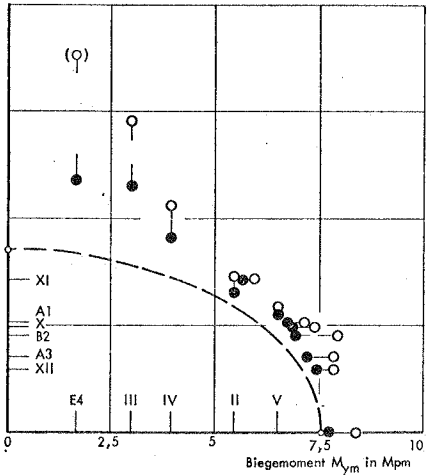
① KRITERIUM BLEIBENDE VERDREHUNG (WÖLBKRAFTTORSION)



② KRITERIUM BLEIBENDE VERSCHIEBUNG (WÖLBKRAFTTORSION)



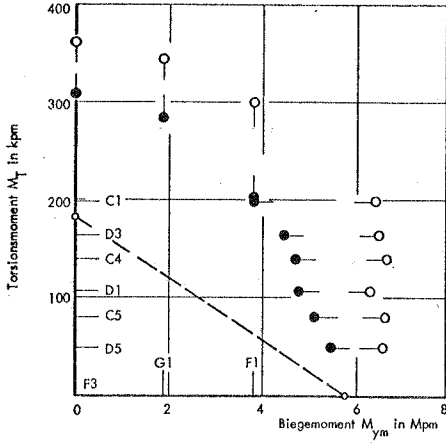
③ MITTELWERTE AUS ① UND ② (WÖLBKRAFTTORSION)



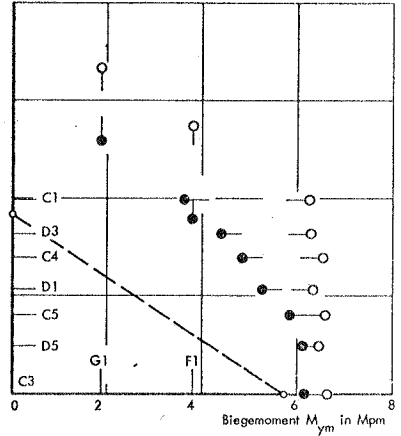
④ KRITERIUM BLEIBENDE VERSCHIEBUNG (ST. VENANT-TORSION)

- $\alpha = 0,25$
- $\alpha = 1,0$

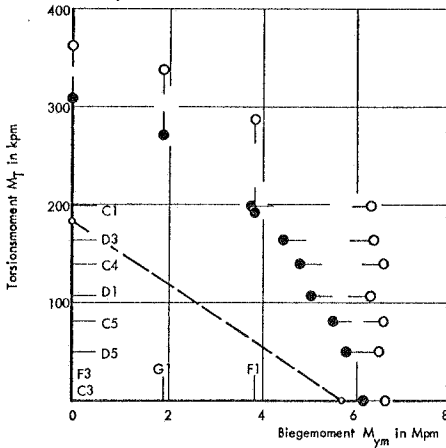
Bild 5.2. INTERAKTIONSDIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE AN TRÄGERN I PE 220
L = 300/400 cm



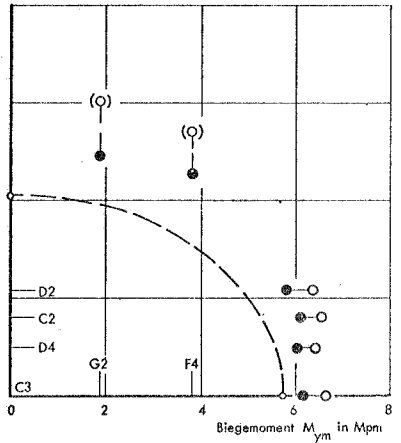
① KRITERIUM BLEIBENDE VERDREHUNG (WÖLBKRAFTTORSION)



② KRITERIUM BLEIBENDE VERSCHIEBUNG (WÖLBKRAFTTORSION)



③ MITTELWERTE AUS ① UND ② (WÖLBKRAFTTORSION)



④ KRITERIUM BLEIBENDE VERSCHIEBUNG (ST. VENANT-TORSION)

● $\alpha = 0,25$
○ $\alpha = 1,0$

Bild 5.3. INTERAKTIONSDIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE AN TRÄGERN IPBI 160
L = 300 cm

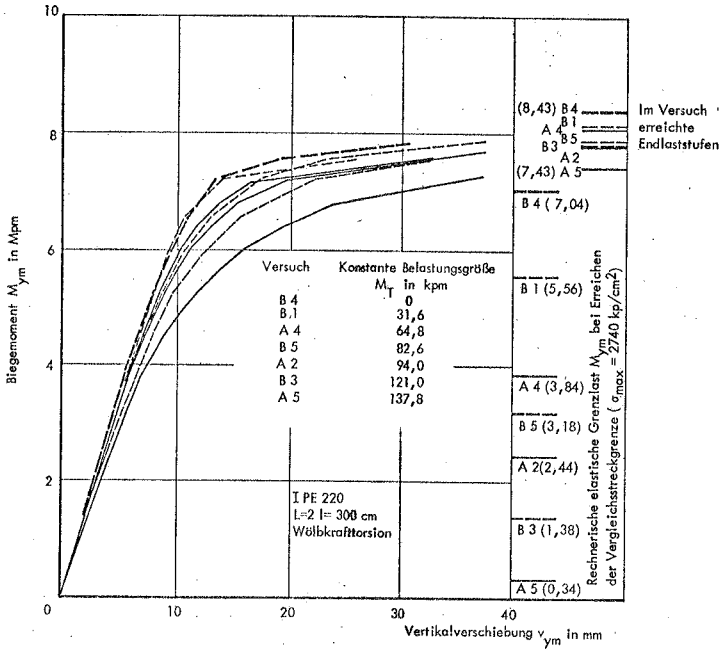


Bild 5.4 LAST - VERSCHIEBUNGSDIAGRAMME I PE 220

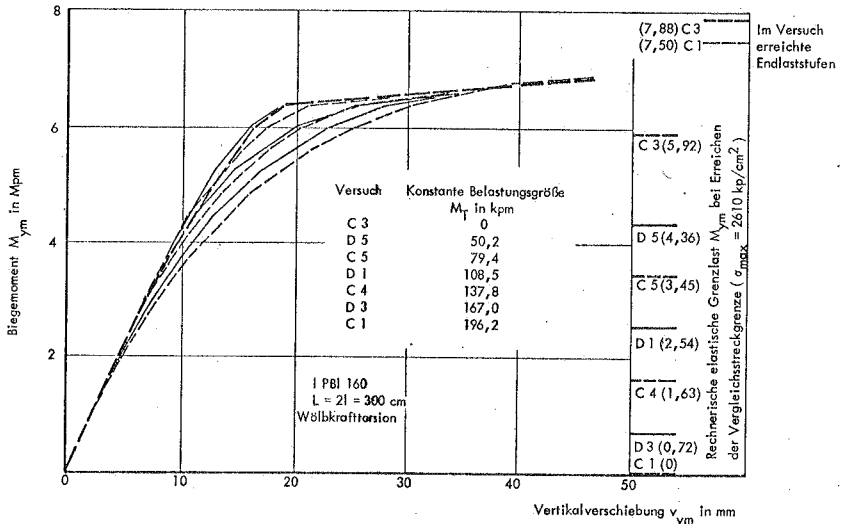


Bild 5.5 LAST - VERSCHIEBUNGSDIAGRAMME I PB1 160

Gegenüberstellung der rechnerischen Grenzlasten und der im Versuch erreichten Endlaststufen (bezogen auf Vergleichsrechstreckgrenzen)

Entsprechend Abschnitt 4.1.1 sind die in den Versuchen gemessenen Biegeverformungsverläufe jeweils auf eine Vergleichsstreckgrenze umgerechnet. Weiterhin sind die vereinfacht nach Theorie 1. Ordnung ermittelten rechnerischen Lastkombinationen angegeben, bei denen diese Vergleichsstreckgrenze an der höchstbeanspruchten Stelle gerade erreicht würde (Rechnerische Grenzlasten).

Die Beeinflussung der Biegeübertragungsfähigkeit durch die Zwängungsspannungen der Wölbkrafttorsion ist also bei weitem geringer zu bewerten, als sich aus einer Spannungsberechnung unter der Voraussetzung elastischen Verhaltens ergibt.

Die Gegenüberstellung der jeweils für die beiden Torsionsarten ermittelten Interaktionsdiagramme auf Bild 5.2 und 5.3 zeigt überdies, daß bei den Versuchen mit wölbbehindertem Querschnitt (Wölbkrafttorsion) zwar etwas früher geringe bleibende Verformungen festgestellt werden können, aber im Hinblick auf die Endtragfähigkeit eine Überlegenheit gegenüber den Versuchen ohne Wölbbehinderung (St. Venant'sche Torsion) besteht. Die Erklärung hierfür wurde bereits im Abschnitt 1.4 vorweggenommen. Die Versuche bestätigen, daß die dort angestellten Überlegungen über das Tragverhalten und die Systemumlagerung prinzipiell richtig sein dürften.

Berücksichtigt man weiterhin, daß die Verdrehverformungen bei vorhandener Wölbbehinderung in jedem Fall auch nach dem Auftreten von Plastizierungserscheinungen geringer bleiben als bei gleichgroßen Belastungskombinationen $M_{ym} - M_T$, aber fehlender Wölbbehinderung - so können als Endergebnis der Untersuchung folgende Schlüsse gezogen werden :

- a) Die Zwängungsspannungen aus Wölbbehinderung bilden eine Gleichgewichtsgruppe im Sinne von Eigenspannungen. Sie haben an der Übertragung der Belastungsgröße M_T (Torsionsmoment) unmittelbar keinen Anteil, sondern ergeben sich vielmehr bloß aus Verträglichkeitsbedingungen.
- b) Bei vorwiegend ruhender Belastung ist die Absicherung gegen die Streckgrenze unter Berücksichtigung dieser Zwängungsspannungen wenig sinnvoll, wenn die Größenordnung etwa gleichartiger Eigenspannungszustände (Walz-, Schweiß - eigenspannungen, Temperaturzwängungen) nicht bekannt ist.

- c) Die vereinfachende Berechnung torsionsbeanspruchter I-Träger, bei der auf die Berücksichtigung der Wölbbehinderungen verzichtet wird ($F_{\text{WW}} \rightarrow 0$), kann bei statischer Beanspruchung ersatzweise als ausreichender Nachweis angesehen werden, wenn auch die entsprechend höheren Verdrehverformungen zumindest näherungsweise in die Berechnung einbezogen werden. Wegen des Verzichts auf die genaue Erfassung der – zweifellos vorhandenen – Wölbnormalspannungen kann dieses Verfahren jedoch nicht als Spannungsnachweis bezeichnet werden, sondern stellt einen Tragfähigkeitsnachweis dar und muß entsprechend gehandhabt werden.
- d) Beim Vorgehen nach c) wird unter erheblicher Reduzierung des Rechenaufwandes auch eine Traglastberechnung für gleichzeitig längs-, quer- und verdrehbeanspruchte Stäbe ermöglicht, wobei die Verdrehverformungen zur Transformation der Biegemomente auf die Querschnittshauptachsen (zweiachsige Biegung) verwendet werden müssen. In einem iterativen Rechengang (Theorie II. Ordnung) müßten gegebenenfalls Korrekturglieder berücksichtigt werden, und zwar in erster Näherung :

Glieder der Form $\Delta M_T = Q \cdot v + M \cdot v'$ bei der Torsionsschnittgröße M_T

Glieder der Form $\Delta M_B = N \cdot v$ bei der Biegeschnittgröße M_B

Bei Ermittlung von Grenzlastkombinationen aus den Schnittgrößen genügt es, als Torsionsgrößen $M_T^I = M_T$ $M_T^{II} = 0$ $M_W = 0$ einzuführen.

- e) Eine veränderliche Gliederung des Tragsystems eines biege- und torsionsbeanspruchten Stabes wird nur bei äußerlich statischer Unbestimmtheit des Systems zur Berechnung der Traglast beachtet, da bei Vernachlässigung der Wölbbehinderung ein eindeutiger Torsionsübertragungsmechanismus (St. Venant'sche Torsion) angenommen wird.

6. RECHNERISCHE ERMITTLUNG DES TRAGVERHALTENS
UNTER BERÜCKSICHTIGUNG VON PLASTIZIERERSCHINUNGEN

Zur näherungsweise Ermittlung des Tragverhaltens eines biege- und verdrehbeanspruchten Stabes unter Berücksichtigung von Plastiziererscheinungen wurde von Lindner [42] - aufbauend auf dem für elastisches Verhalten gültigen Berechnungsverfahren von Carl [12] - folgender Lösungsweg aufgezeigt :

Die Differentialgleichungen des Biege- und Torsionsproblems werden aus den Beziehungen zwischen Verschiebungen und Verzerrungen, Schnittgrößen und Spannungen sowie Spannungen und Verzerrungen gewonnen. Mit diesen wird die ebenfalls hergeleitete Gleichung für das Gesamtpotential durch Variation überprüft.

Das vorliegende Variationsproblem wird nach dem Ritz'schen Verfahren unter Verwendung von Polynomansätzen gelöst. Im einzelnen waren folgende Ansätze vorgesehen :

für unbekannte Biege- und Torsionsverformungen : Hermitesche Interpolationspolynome 7. Grades

für Schnittgrößen und Querschnittskennwerte : Polynome 2. bis 5. Ordnung

Auf die Darstellung der veränderten Querschnittskennwerte durch Polynomansätze wurde jedoch bei der Durchführung der Rechnung wegen numerischer Schwierigkeiten verzichtet. Deshalb beschränkt sich die Berechnung auf eine näherungsweise Verbesserung der ermittelten Biegeschnittgrößen. Mit den in einem ersten Rechenschritt ermittelten Schnittlasten nach Theorie II. Ordnung werden unter Berücksichtigung von Plastiziererscheinungen durch Iterationsrechnung an diskreten Stellen Krümmungen ($v''_x, v''_y, \vartheta''$) ermittelt, aus denen durch Integration die Verformungen v_x, v_y und ϑ folgen. Dann werden die Biegemomente durch Zusatzglieder korrigiert, die mit diesen Verschiebungsgrößen berechnet werden.

Durch dieses Vorgehen können Veränderungen der Zwängungsgröße M_w (Bimoment) infolge veränderter Wölbsteifigkeit, die bei einer Traglastuntersuchung von entscheidender Bedeutung sind, nicht erfaßt werden. Das Bimoment wird als kraftschlüssige Größe

angesehen; trotz Plastizierscheinungen wird eine Umlagerung der Torsionsübertragungsmechanismen nicht berücksichtigt. Da überdies die Transformationsbeziehungen linearisiert sind, werden die Ergebnisse bei großen Verdrehungen ohnehin keine ausreichende Genauigkeit aufweisen. Der Einfluß der Primärtorsion M_T^I auf die Plastiziervorgänge wurde nicht erfaßt.

Deshalb wurde ein Rechenverfahren entwickelt, das es gestattet, den Einfluß der "Aufweichung" der Wölbbehinderung auf die Schnitt- und Verschiebungsgrößen zu erfassen, das überdies auch für große Verdrehwinkel die gleiche Gültigkeit besitzt und außerdem den Einfluß der St. Venant'schen Torsionsschubspannungen auf den Plastiziervorgang zumindest näherungsweise erfaßt. Das Verfahren wurde gezielt auf die in den Versuchen realisierte Belastungsart und die vorliegenden Randbedingungen zugeschnitten, ist aber mit geringfügigen Eingriffen auch veränderten Belastungs- und Lagerungsarten des Stabes anzupassen.

6.1. Aufbau des Rechenprogrammes

Als Grundvoraussetzungen und vereinfachende Annahmen sollen gelten :

- a) Doppelsymmetrischer I - Querschnitt, Stab prismatisch.
- b) Elastisch-idealplastisches Werkstoffgesetz.
- c) Kleine Verschiebungsgradienten (v'_x, v'_y, ϑ') , auch bei großen Verschiebungsgrößen (v_x, v_y, ϑ) .

Zur Lösung wird das Übertragungsverfahren auf die Berechnung der entkoppelten Biege- und Torsionslastfälle angewendet, wobei der Träger in Längsrichtung in eine Vielzahl von Teilabschnitten zerlegt wird. Hierbei als Näherungen :

- d) Vernachlässigung der Hauptkrümmungen, d.h. Berechnung des Biegelastfalles am Stab mit gerader z-z-Achse.
- e) Zur Lösung des Biegelastfalles seien die Einzelabschnitte als verdreht, aber unverdrillt angenommen.

- f) Die aus den Biegeverformungen resultierenden Veränderungen der Torsionsgrößen werden durch Korrekturglieder ΔM_T an den Abschnittsgrenzen iterativ erfaßt.
- g) Innerhalb eines Teilabschnittes werden konstante Steifigkeitsverhältnisse angenommen .

Die Berechnung einer Lastkombination beinhaltet zwei ineinander geschaltete Iterationsprozesse :

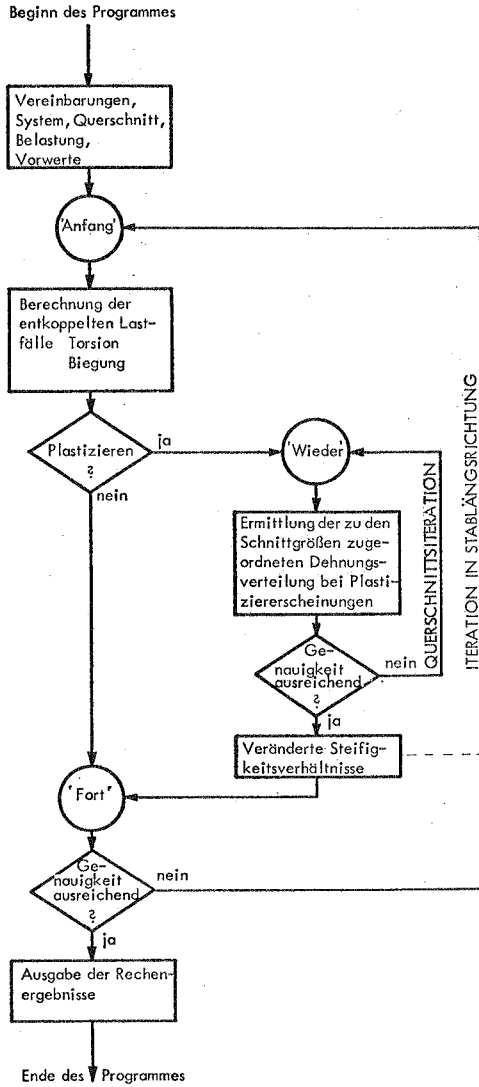
Nach Lösung des Biegelastfalles am verdrehverformten System und des Torsionslastfalles unter Berücksichtigung der aus der Biegung resultierenden Korrekturglieder ΔM_T werden jeweils an den Abschnittsgrenzen mit den errechneten lokalen Schnittgrößen M_x, M_y, M_T, M_w durch Querschnittsiteration die zugehörigen Verformungen und damit "Ersatzsteifigkeiten" gefunden. Unter Verwendung dieser reduzierten Steifigkeitswerte wird wiederum der Biege- und Torsionslastfall gelöst, so daß die Kopplung durch Berücksichtigung der Korrekturglieder und der veränderten Steifigkeitswerte iterativ erfolgt. Diese Iteration in Stablängsrichtung ist beendet, wenn die Ergebnisse für Schnittgrößen und Verformungen zweier aufeinander folgender Rechenschritte mit genügender Genauigkeit übereinstimmen.

Zur Erstellung des Programmes waren im wesentlichen folgende Teilaufgaben zu lösen:

- a) Bestimmung der Biegeübertragungsmatrizen für die verdrehten Elemente unter Berücksichtigung der veränderlichen Steifigkeitsverhältnisse.
- b) Bestimmung der Torsionsübertragungsmatrizen und der Punktmatrizen zur Erfassung der Korrekturglieder aus den am verformten System angreifenden Biegegrößen - ebenfalls unter Berücksichtigung der veränderlichen Steifigkeitsverhältnisse.
- c) Entwicklung eines Verfahrens zur Querschnittsiteration - Ermittlung der infolge von Plastizierscheinungen unter einer Schnittgrößenkombination (M_x, M_y, M_w, M_T) veränderten Steifigkeitsverhältnisse $(F'_{xx}, F'_{yy}, F'_{ww}, J'_T)$.

Bild 6.1 zeigt in vereinfachender Form den Ablauf der Berechnung.

Bild 6.1. ABLAUFPLAN DES RECHENPROGRAMMES (VEREINFACHT)



6.2. Lösung der Teilaufgaben bei Erstellung des Rechenprogrammes

6.2.1. Berechnung des Torsionslastfalles, Theorie I. Ordnung

Die Differentialgleichung (6.1.) beschreibt das Verhalten eines geraden prismatischen Stabes bei Verdrehbeanspruchung

$$\wp^{IV} - \frac{GJ_T(z)}{EF_{ww}(z)} \wp'' = \frac{m_T(z)}{EF_{ww}(z)} \quad (6.1.)$$

Um die Anwendung des Übertragungsverfahrens zur Lösung dieses Problemes zu ermöglichen, muß die Beziehung zwischen Belastungen und Verformungen durch eine homogene Dgl. mit konstanten Koeffizienten angenähert werden, was durch folgende Vereinfachungen geschieht :

- Das Torsionsmoment M_T ist abschnittsweise als konstant anzusetzen.
- Die Steifigkeitswerte GJ_T , EF_{ww} sind abschnittsweise als konstant anzusetzen.

$$m_T = \frac{d M_T}{dz} = 0 \quad \frac{d J_T}{dz} = \frac{d F_{ww}}{dz} = 0 \quad (6.2.)$$

Die Teilung des Gesamtsystemes muß ausreichend fein gewählt werden, um eine befriedigende Genauigkeit zu erzielen.

Die Lösung der verbleibenden homogenen Dgl. (6.3.) lautet :

$$\wp^{IV} - \frac{GJ_T}{EF_{ww}} \wp'' = 0 \quad (6.3.)$$

mit $\lambda = \sqrt{\frac{GJ_T}{EF_{ww}}}$, dem "Abklingfaktor" (Abschnitt 1.3.)

$$\wp = C_0 + C_1 \cdot z + C_2 \sinh \lambda z + C_3 \cosh \lambda z \quad (6.4.)$$

Die geometrischen und statischen Randbedingungen sind in den Größen

Verdrehung ϑ

Verdrillung ϑ'

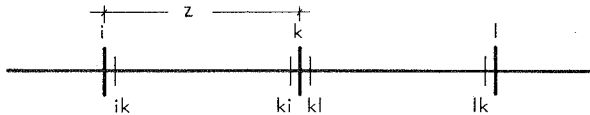
Bimoment $M_{ww} = -EF_{ww} \cdot \vartheta''$

Torsionsmoment $M_T = M_T^I + M_T^{II} = GJ_T \vartheta' - EF_{ww} \vartheta''$

formuliert.

Als Feldübertragungsmatrix eines Abschnittes $i - k$ erhält man die Matrix T_{ik} (6.5.).

Zur Berücksichtigung einer Veränderlichkeit des Torsionsmomentes M_T in Trägerlängsrichtung (infolge äußerer Belastung oder aus Einflüssen nach Theorie II. Ordnung) können an den Abschnittsgrenzen k, i, \dots örtlich eingeleitete Korrekturglieder ΔM_T durch entsprechende Punktmatrizen P_k erfaßt werden. Auf die Ermittlung der Glieder ΔM_T ist in Abschnitt 6.2.3. eingegangen.



Feldmatrix T_{ik} (zur Übertragung von ik nach i)

Vektor \underline{t}

	$\vartheta(i)$	$\vartheta'(i)$	$M_{ww}(i)$	$M_T(i)$	
ϑ	1	$\frac{\sinh \lambda z}{\lambda}$	$-\frac{(\cosh \lambda z - 1)}{\lambda^2 EF_{ww}}$	$\frac{(\frac{1}{\lambda} \sinh \lambda z - z)}{\lambda^2 EF_{ww}}$	0
ϑ'	0	$\cosh \lambda z$	$-\frac{\sinh \lambda z}{\lambda EF_{ww}}$	$\frac{(\cosh \lambda z - 1)}{\lambda^2 EF_{ww}}$	0
M_{ww}	0	$-\lambda EF_{ww} \sinh \lambda z$	$\cosh \lambda z$	$\frac{\sinh \lambda z}{\lambda}$	0
M_T	0	0	0	1	0
Δ	0	0	0	0	1

(6.5.)

Punktmatrix \underline{P}_{-k} (zur Übertragung von k_i nach k_l und Erfassung von $\Delta M_T(k)$)

1	0	0	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	0	0
0	0	0	1	$M_T(k)$
0	0	0	0	1

(6.6.)

Es gelten die Beziehungen

$$\underline{t}_{-ki} = \underline{I}_{ik} \cdot \underline{t}_{ik}$$

$$\underline{t}_{-kl} = \underline{P}_k \cdot \underline{t}_{ki} \quad \text{und durch weiteres Einsetzen} \quad (6.7.)$$

$$\underline{t}_{-lk} = \underline{I}_{kl} \cdot \underline{P}_k \cdot \underline{I}_{ik} \cdot \underline{t}_{ik} = \underline{I}_{il} \cdot \underline{t}_{ik}$$

Zur Übertragung des Anfangsvektors \underline{t}_0 zum Stabende l dient die Torsionsgesamtübertragungsmatrix \underline{I}_{0l} - hier mit \underline{I}^* bezeichnet.

$$\underline{t}_l = \underline{I}^* \cdot \underline{t}_0 \quad (6.8.)$$

Durch Erfüllung von Randbedingungen am Stabende $z = l$ erhält man die noch unbekanntenen Anfangsgrößen im Vektor \underline{t}_0 und durch Multiplikation mit den Feld- und Punktmatrizen den Verlauf der Verformungs- und Schnittgrößen $\vartheta, \vartheta', M_w$ und M_T über die Stablänge. Die Aufgliederung des Gesamttorsionsmomentes $M_{T(n)}$ in Primär- und Sekundäranteil erfolgt durch die Beziehung

$$M_{T(n)}^I = \vartheta'_{(n)} \cdot GJ_{T(n)}$$

$$M_{T(n)}^{II} = M_{T(n)} - M_{T(n)}^I \quad (6.9.)$$

6.2.2. Berechnung des Biegelastfalles

Die Differentialgleichungen für den in seinen Hauptachsenrichtungen x und y querbelasteten Biegeträger lauten für das unverformte System :

$$(EF_{xx} v_x'')'' = p_x$$

$$(EF_{yy} v_y'')'' = p_y \quad (6.10.)$$

Analog zu Abschnitt 6.2.1. ist es auch hier angezeigt, die Anwendung des Übertragungsverfahrens durch folgende Vereinfachungen zu erleichtern :

- Die Querkräfte Q_x , Q_y sind abschnittsweise konstant.
- Die Steifigkeitswerte EF_{xx} , EF_{yy} sind abschnittsweise konstant.

$$q_x = \frac{dQ_x}{dz} = 0 \quad \frac{dF_{xx}}{dz} = 0 \quad (6.11.)$$

$$q_y = \frac{dQ_y}{dz} = 0 \quad \frac{dF_{yy}}{dz} = 0$$

Da bei den durchgeführten Versuchen – wie in der Regel der Fälle – die äußere Belastung richtungstreu aufgebracht wurde und überdies die Torsionsverdrehung ϑ zu berücksichtigen war, wurde zur Lösung folgender Weg gewählt :

Der verdrehte Träger wird zur Aufstellung der Biegeübertragungsmatrizen \underline{B}_{ik} ersetzt durch einen abschnittsweise verdrehten, aber unverdrehten Stab ($\vartheta'_{ik} = 0$, $\vartheta_{ik} = \text{konstant}$). Hieraus ergeben sich Unstetigkeiten in den auf die Lokalkoordinaten (Querschnittshauptachsen x , y) bezogenen Schnittgrößen (M_x , M_y , Q_x , Q_y) und Verformungen (v_x'' , v_y''). Die Übertragungsmatrizen werden in den Globalkoordinaten \bar{x} , \bar{y} ausgedrückt, womit sich einfachere Gleichgewichtsbeziehungen ergeben.

Die Biegeübertragungsmatrix hat die Form :

$v_{\bar{x}}$	\underline{F}_{11}	\underline{F}_{12}
$v'_{\bar{x}}$		
$v_{\bar{y}}$	0	\underline{F}_{22}
$v'_{\bar{y}}$		
$Q_{\bar{x}}$		
$M_{\bar{x}}$		
$Q_{\bar{y}}$		
$M_{\bar{y}}$		

Die Untermatrix

\underline{F}_{11} beinhaltet die Starrkörperverschiebungen
 \underline{F}_{22} beinhaltet die Gleichgewichtsbeziehungen

Zur Ermittlung der Untermatrix \underline{F}_{12} werden folgende Beziehungen herangezogen :

$$\frac{d^2 M_{\bar{x}}}{dz^2} = 0 \quad \frac{d^2 M_{\bar{y}}}{dz^2} = 0 \quad \text{nach Voraussetzung} \quad (6.12.)$$

Der Zusammenhang zwischen Verformungen (Krümmungen $\varkappa_{\bar{x}}, \varkappa_{\bar{y}}$) und Schnittgrößen ($M_{\bar{x}}, M_{\bar{y}}$) ergibt sich für den unverdrillten, aber um den Winkel ϑ_{ik} verdrehten Trägerabschnitt ik aus zweimaliger Transformation. Hierbei ist $\vartheta = \vartheta_{ik}$ der "mittlere" Verdrehwinkel - als Lösung des Torsionslastfalles (Abschnitt 6.2.1.).

$$\vartheta = \vartheta_{ik} = \frac{\vartheta_i + \vartheta_k}{2}$$

$$M_{\bar{x}} = M_{\bar{x}} \cos \vartheta + M_{\bar{y}} \sin \vartheta$$

$$M_{\bar{y}} = M_{\bar{y}} \cos \vartheta - M_{\bar{x}} \sin \vartheta$$

$$\varkappa_{\bar{x}} = -\frac{M_{\bar{x}}}{EF_{xx}} \quad (6.13.)$$

$$\varkappa_{\bar{y}} = -\frac{M_{\bar{y}}}{EF_{yy}}$$

$$\varkappa_{\bar{x}} = \varkappa_{\bar{x}} \cos \vartheta - \varkappa_{\bar{y}} \sin \vartheta$$

$$\varkappa_{\bar{y}} = \varkappa_{\bar{x}} \sin \vartheta + \varkappa_{\bar{y}} \cos \vartheta$$

Durch Einsetzen ergibt sich :

$$E_{\alpha_x} = - \frac{M_x}{F_{xx}} \cos^2 \vartheta - \frac{M_y}{F_{xx}} \sin \vartheta \cos \vartheta + \frac{M_y}{F_{yy}} \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{M_x}{F_{yy}} \sin^2 \vartheta$$

$$E_{\alpha_y} = - \frac{M_x}{F_{xx}} \sin \vartheta \cos \vartheta - \frac{M_y}{F_{xx}} \sin^2 \vartheta - \frac{M_y}{F_{yy}} \cos^2 \vartheta + \frac{M_x}{F_{yy}} \sin \vartheta \cos \vartheta$$

vereinfacht

$$E_{\alpha_x} = - K_1 M_x - K_2 M_y$$

$$E_{\alpha_y} = - K_3 M_x - K_4 M_y \quad (6.14.)$$

worin

$$K_1 = \frac{F_{yy} \cos^2 \vartheta + F_{xx} \sin^2 \vartheta}{F_{xx} F_{yy}}$$

$$K_2 = K_3 = \frac{(F_{yy} - F_{xx}) \sin \vartheta \cos \vartheta}{F_{xx} F_{yy}}$$

$$K_4 = \frac{F_{yy} \sin^2 \vartheta + F_{xx} \cos^2 \vartheta}{F_{xx} F_{yy}}$$

für die Näherungen $\sin \vartheta \sim \vartheta$ $\sin^2 \vartheta \sim 0$

(kleine Verdrehwinkel) $\cos \vartheta \sim 1$ $\cos^2 \vartheta \sim 1$ würde sich vereinfachend ergeben :

$$E_{\alpha_x} = - \frac{M_x}{F_{xx}} - \frac{M_y}{F_{xx} F_{yy}} (F_{yy} - F_{xx}) \vartheta = - \frac{M_x F_{yy} + M_y (F_{yy} - F_{xx}) \vartheta}{F_{xx} F_{yy}} \quad (6.15.)$$

$$E_{\alpha_y} = - \frac{M_y}{F_{yy}} - \frac{M_x}{F_{xx} F_{yy}} (F_{yy} - F_{xx}) \vartheta = - \frac{M_y F_{xx} + M_x (F_{yy} - F_{xx}) \vartheta}{F_{xx} F_{yy}}$$

Aus den Gleichungen (6.12.) und (6.14.) folgt :

$$\frac{d^4 v_{\bar{x}}}{dz^4} = 0 \quad \frac{d^4 v_{\bar{y}}}{dz^4} = 0 \quad (6.16.)$$

außerdem gilt :

$$\frac{d M_{\bar{x}}}{dz} = Q_{\bar{x}} \quad \frac{d M_{\bar{y}}}{dz} = Q_{\bar{y}} \quad (6.17.)$$

Mit den Lösungsansätzen

$$\begin{aligned} v_{\bar{x}} &= C_0 + C_1 \cdot z + C_2 \cdot z^2 + C_3 \cdot z^3 \\ v_{\bar{y}} &= D_0 + D_1 \cdot z + D_2 \cdot z^2 + D_3 \cdot z^3 \end{aligned} \quad (6.18.)$$

erhält man nach Bestimmung der Koeffizienten die Teilmatrix E_{12}

	$Q_{\bar{x}}(i)$	$M_{\bar{x}}(i)$	$Q_{\bar{y}}(i)$	$M_{\bar{y}}(i)$
$v_{\bar{x}}(k)$	$-\frac{K_1}{6E} z^3$	$-\frac{K_1}{2E} z^2$	$-\frac{K_2}{6E} z^3$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$
$v'_{\bar{x}}(k)$	$-\frac{K_1}{2E} z^2$	$-\frac{K_1}{E} z$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_2}{E} z$
$v_{\bar{y}}(k)$	$-\frac{K_2}{6E} z^3$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_4}{6E} z^3$	$-\frac{K_4}{2E} z^2$
$v'_{\bar{y}}(k)$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_2}{E} z$	$-\frac{K_4}{2E} z^2$	$-\frac{K_4}{E} z$

(6.19.)

Die Biegeübertragungsmatrix \underline{B}_{ik} zur Übertragung des Last- und Verformungsvektors \underline{b}_{ik} von den Abschnittsgrenzen i nach k lautet

$$\text{Vektor } \underline{b}_{ik} \quad \text{Feldmatrix } \underline{B}_{ik} \quad (6.20.)$$

	$v_{\bar{x}}(i)$	$v'_{\bar{x}}(i)$	$v_{\bar{y}}(i)$	$v'_{\bar{y}}(i)$	$Q_{\bar{x}}(i)$	$M_{\bar{x}}(i)$	$Q_{\bar{y}}(i)$	$M_{\bar{y}}(i)$
$v_{\bar{x}}$	1	z	0	0	$-\frac{K_1}{6E} z^3$	$-\frac{K_1}{2E} z^2$	$-\frac{K_2}{6E} z^3$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$
$v'_{\bar{x}}$	0	1	0	0	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_1}{E} z$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_2}{E} z$
$v_{\bar{y}}$	0	0	1	z	$-\frac{K_2}{6E} z^3$	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_4}{6E} z^3$	$-\frac{K_4}{2E} z^2$
$v'_{\bar{y}}$	0	0	0	1	$-\frac{K_2}{2E} z^2$	$-\frac{K_2}{E} z$	$-\frac{K_4}{2E} z^2$	$-\frac{K_4}{E} z$
$Q_{\bar{x}}$	0	0	0	0	1	0	0	0
$M_{\bar{x}}$	0	0	0	0	z	1	0	0
$Q_{\bar{y}}$	0	0	0	0	0	0	1	0
$M_{\bar{y}}$	0	0	0	0	0	0	z	1

Hierin sind die Werte K_1 bis K_4 vom jeweiligen mittleren Verdrehwinkel ϑ des Abschnittes und von den nach Abschnitt 6.2.4. ermittelten "reduzierten" Biegesteifigkeiten abhängig nach Formel (6.14.).

Entsprechend Abschnitt 6.2.1. läßt sich durch Matrizenmultiplikation die Biegegesamtübertragungsmatrix $\underline{B}_{01} = \underline{B}^*$ ermitteln, so daß gilt

$$\underline{b}_1 = \underline{B}^* \cdot \underline{b}_0 \quad (6.21)$$

Durch Erfüllung der Randbedingungen am Stabende $z = l$ erhält man die noch unbekanntenen Anfangsgrößen im Vektor \underline{b}_0 und durch einen weiteren Rechengang den Verlauf der Verformungs- und Schnittgrößen $v_{\bar{x}}, v'_{\bar{x}}, v_{\bar{y}}, v'_{\bar{y}}, Q_{\bar{x}}, M_{\bar{x}}, Q_{\bar{y}}, M_{\bar{y}}$ über die Stablänge.

Veränderliche Querbelastung – d.h. Korrekturglieder $\Delta Q_x, \Delta Q_y$ – sowie Verformungseinflüsse (Theorie II. Ordnung) können auch in diesem Falle näherungsweise in Punktmatrizen an den Abschnittsgrenzen berücksichtigt werden.

Für das den durchgeführten Berechnungen zugrundegelegte statische System (nach Bild 2.3) ergeben sich infolge statisch unbestimmter Lagerung der Versuchsträger in \bar{x} - \bar{x} -Richtung Zwängungskräfte $Q_{\bar{x}}$.

Die auf die lokalen Koordinaten (Querschnittshauptachsen $x - y$) bezogenen Schnittgrößen Q_x, Q_y, M_x, M_y ergeben sich durch Transformationsbeziehungen.

6.2.3. Näherungsweise Berücksichtigung von Verformungseinflüssen

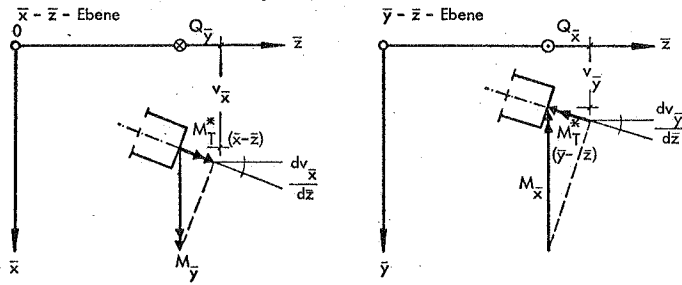
(Berechnung des Torsionslastfalles, Theorie II. Ordnung.)

Der Einfluß der Verdrehungen ϑ auf das Tragverhalten des biegebeanspruchten Stabes ist in Abschnitt 6.2.2. geschildert. Wegen der unterschiedlichen Größenordnung der von den hier behandelten offenen, dünnwandigen Querschnitten aufnehmbaren Biege- bzw. Torsionsmomente ($M_B / M_T \gg 1$) ist die infolge der Biegeverformungen sich ergebende Schnittgrößenveränderung (Transformation auf die verschobenen Koordinatenachsen) nur für die Torsionsgröße M_T zu berücksichtigen.

Bild 6.2. zeigt anschaulich die Ermittlung der aus den Biegeverformungen resultierenden Korrekturgrößen ΔM_T und deren Berücksichtigung im Rechenprogramm. Mit Hilfe der am verformten System aufgestellten Gleichgewichtsbeziehungen wird unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung der Verlauf $M_T^*(z)$ gefunden, der nach Abschnitt 6.2.1. durch abschnittsweise konstanten Verlauf angenähert wird (ΔM_T).

Zur Berechnung des Biegelastfalles darf aus den erwähnten Gründen als Bezugssystem der verdrehte, aber unverbogene Stab zugrunde gelegt werden.

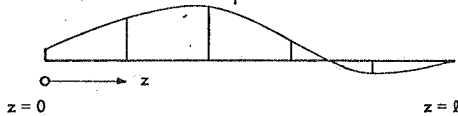
Ermittlung der Korrekturgröße M_T^* (Theorie II. Ordnung)



$$M_T^* = M_{y\text{-}T} \cdot v_{x\text{-}}' - Q_{y\text{-}} \cdot v_{x\text{-}}$$

$$- M_{x\text{-}T} \cdot v_{y\text{-}}' + Q_{x\text{-}} \cdot v_{y\text{-}}$$

Verlauf der Korrekturgröße M_T^* (z)



Näherungsweise Erfassung von M_T^* durch Korrekturglieder ΔM_T

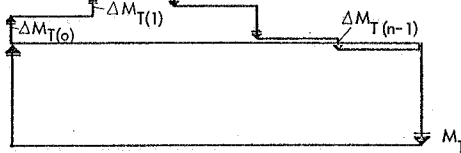


Bild 6.2. NÄHERUNGSWEISE ERFASSUNG DER EINFLÜSSE INFOLGE BIEGEVERFORMUNGEN AUF DIE VERDREHBEANSPRUCHUNG

6.2.4. Berücksichtigung von Plastiziervorgängen

Die in den Querschnitten auftretenden Schnittgrößenkombinationen ($M_x, M_y, Q_x, Q_y, M_T^I, M_T^{II}, M_w$), die sich aus der iterativen Berechnung der Lastfälle Biegung und Torsion (Abschnitte 6.2.2., 6.2.1.) ergeben, können Plastiziervorgänge einleiten, die die Steifigkeitsverhältnisse - und damit das Verformungsverhalten und die

Übertragungsmechanismen - beeinflussen. Da sich die Schnittgrößen für das gewählte statische Grundsystem nicht ausschließlich durch Gleichgewichtsbedingungen aus der äußeren Belastung (wie M_T , M_Y , Q_Y) errechnen lassen, sondern sich teilweise aus Deformationsbedingungen als Zwangsgrößen ergeben (M_X , Q_X , M_W), stellen sich zwei Aufgaben :

- a) Ermittlung der Beziehungen zwischen Schnittgrößen und Verformungen am teilplastizierten Querschnitt ("Querschnittsiteration").
- b) Berücksichtigung der veränderten Steifigkeitsverhältnisse bei Berechnung des Biege- und Torsionslastfalles ("Iteration in Stablängsrichtung").

6.2.4.1. Schnittgrößen und Verformungen am teilplastizierten Querschnitt

Läßt man den Einfluß der Schubspannungen τ_{xz} und τ_{yz} , die durch die Schnittgrößen Q_X , Q_Y , M_T^I , M_T^{II} hervorgerufen werden, bei der rechnerischen Erfassung von Plastiziervorgängen unberücksichtigt, so ist es vergleichsweise einfach, aus einer bekannten Dehnungsverteilung $\epsilon_{(x,y)}$ die zugehörigen Schnittgrößen N , M_X , M_Y , M_W durch Integration zu ermitteln, sofern eine einfache Spannungs-Dehnungs-Beziehung gilt. Die "Steifigkeitswerte" lassen sich dann aus den bezogenen Dehnungen und Dehnungsgradienten bestimmen.

Wesentlich schwieriger ist die vorliegende Aufgabe, bekannten Schnittgrößen eine zutreffende Dehnungsverteilung zuzuordnen. Der nachfolgend aufgezeigte Lösungsweg durch "Querschnittsiteration" geht von den Voraussetzungen aus :

- a) der Querschnitt besitzt doppelsymmetrische I-Form,
- b) die Einzelrechtecke sind "dünn", so daß vereinfachend mit über die Dicken konstanter Spannungs- und Dehnungsverteilung gerechnet werden darf,
- c) das Werkstoffgesetz ist als bilinear (elastisch-idealplastisches Verhalten) anzusetzen.

In einem ersten Rechenschritt wird unter der Voraussetzung elastischen Verhaltens des Querschnittes ($\sigma = E \cdot \epsilon$) aus den Schnittgrößen S_0 (N_0 , M_{x0} , M_{y0} , M_{w0}) mit den

elastischen Steifigkeitswerten K_o ($EF, EF_{xx}, EF_{yy}, EF_{ww}$) die Dehnungsverteilung $\epsilon_o(x, y)$ bestimmt. Durch Zuordnung einer gemäß dem Werkstoffgesetz möglichen Spannungsverteilung $\sigma^*_{(x, y)}$ und Integration erhält man Schnittgrößen S^* , die von den aufzunehmenden Schnittgrößen S_o um den Anteil ΔS abweichen.

$$\begin{aligned} \epsilon_o(N) &= \frac{N_o}{EF_o} \\ \epsilon_o(M_x) &= \frac{M_{xo} \cdot x}{EF_{xx}} \\ \epsilon_o(M_y) &= \frac{M_{yo} \cdot y}{EF_{yy}} \\ \epsilon_o(M_w) &= \frac{M_{wo} \cdot w}{EF_{ww}} \end{aligned} \tag{6.22.}$$

$$\epsilon_o(x, y) = \epsilon_o(N) + \epsilon_o(M_x) + \epsilon_o(M_y) + \epsilon_o(M_w)$$

$$\text{für } \epsilon_o \leq \frac{\sigma_{Fl}}{E} \quad \sigma^* = \epsilon_o \cdot E$$

$$\epsilon_o > \frac{\sigma_{Fl}}{E} \quad \sigma^* = \sigma_{Fl}$$

$$\begin{aligned} N^* &= \int \sigma^* \cdot dF & N_o - N^* &= \Delta N \\ M_x^* &= \int \sigma^* \cdot x \cdot dF & M_{xo} - M_x^* &= \Delta M_x \\ M_y^* &= \int \sigma^* \cdot y \cdot dF & M_{yo} - M_y^* &= \Delta M_y \\ M_w^* &= \int \sigma^* \cdot w \cdot dF & M_{wo} - M_w^* &= \Delta M_w \end{aligned} \tag{6.23.}$$

In den folgenden Rechenschritten werden als Ausgangsgrößen für den geschilderten Berechnungsvorgang jeweils die um die Werte ΔS (aus dem vorhergehenden Rechenschritt) erhöhten Schnittgrößen S_o angesetzt. Der Iterationsvorgang ist beendet, wenn mit befriedigender Genauigkeit gilt :

$$\begin{aligned}
 N^* &= \int \sigma^* \cdot dF \sim N_o \\
 M_x^* &= \int \sigma^* \cdot x \cdot dF \sim M_{x0} \\
 M_y^* &= \int \sigma^* \cdot y \cdot dF \sim M_{y0} \\
 M_w^* &= \int \sigma^* \cdot w \cdot dF \sim M_{w0}
 \end{aligned}
 \tag{6.24.}$$

entsprechend der Genauigkeitsabfrage :

$$\frac{|S_o + \Delta S(n) - \Delta S(n-1)|}{|S_o|} = 1 \pm \vartheta \quad \text{für } S_o \neq 0$$

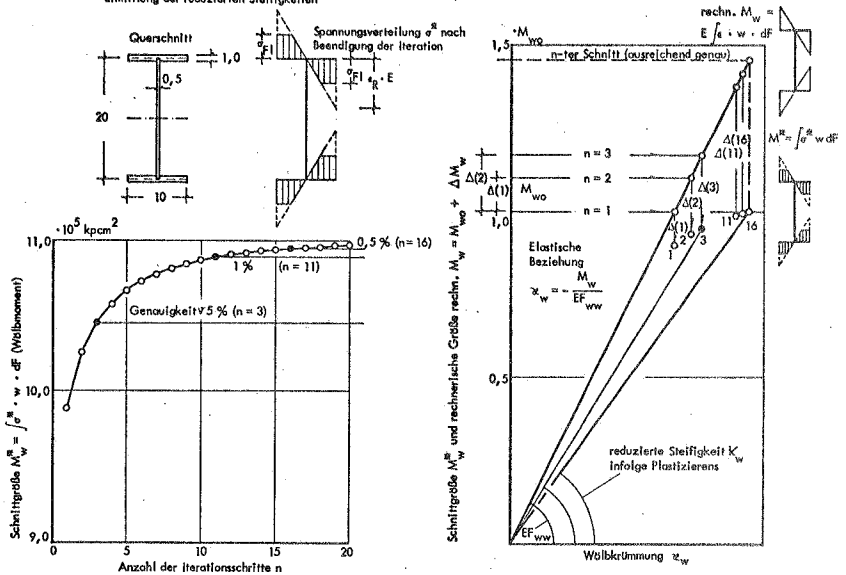
und

$$\frac{\Delta S(n) - \Delta S(n-1)}{\Delta S(n)} = 1 \pm \vartheta \quad \text{für } S_o = 0
 \tag{6.25.}$$

wobei ϑ die geforderte Genauigkeit angibt.

Das Prinzip des Iterationsprozesses ist beispielhaft an einem wölbbeanspruchten I-Querschnitt in Bild 6.3. dargestellt :

Bild 6.3. QUERSCHNITTITERATION AN EINEM WÖLBEBANSUCHTEN I-QUERSCHNITT
Ermittlung der reduzierten Steifigkeiten



Bei kombinierter Beanspruchung des Querschnittes durch zwei der möglichen Schnittgrößen ergeben sich unter den genannten Voraussetzungen aus Symmetriegründen jeweils Differenzwerte ΔS nur in diesen beiden Schnittgrößen, wie Bild 6.4 schematisch zeigt.

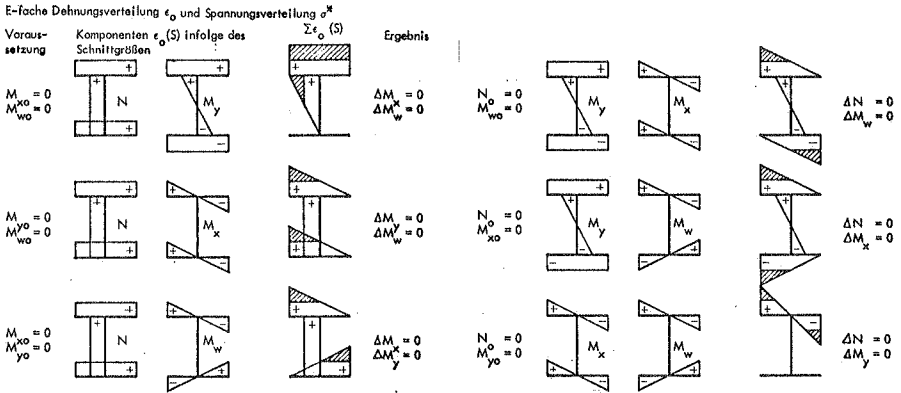


Bild 6.4. SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER PLASTIZIERBEREICHE UND DIFFERENZGRÖSSEN ΔS BEI KOMBINATION VON ZWEI SCHNITTGRÖSSEN S_0

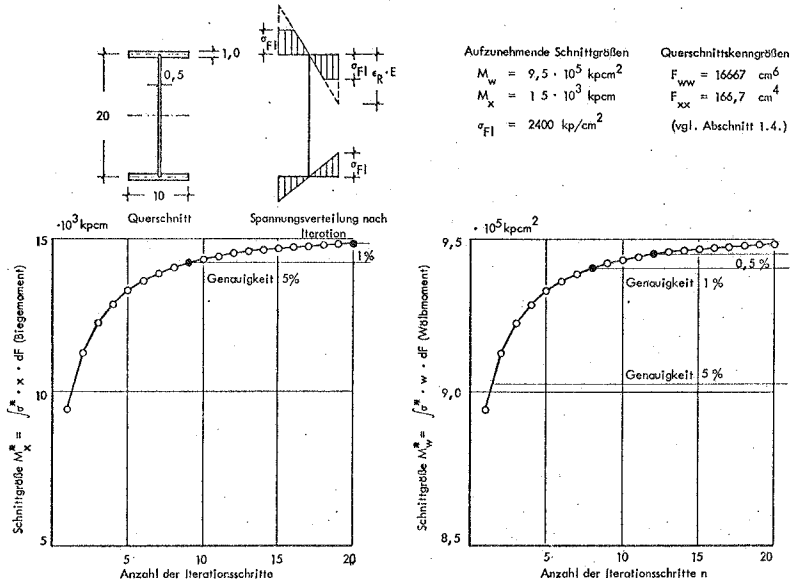


Bild 6.5. QUERSCHNITTITERATIONSPROZESS AM BEISPIEL EINES I-QUERSCHNITTES UNTER BIEGE- UND WÖLBBEANSPRUCHUNG

Beim Iterationsvorgang sind - wie aus Bild 6.5. am Beispiel eines wölb- und biegebeanspruchten Querschnittes ersichtlich - zum Erreichen der geforderten Genauigkeit \forall in den Schnittgrößen nach den Beziehungen (6.24.) unterschiedlich viele Rechenschritte n erforderlich.

Liegen als Ausgangsgrößen S_0 drei Schnittgrößen vor, so reicht es nicht aus, nur die bei Plastizierscheinungen entstehenden, zugehörigen Differenzgrößen ΔS zu berücksichtigen, vielmehr muß auch die vierte Größe in den Iterationsvorgang einbezogen werden, und die Forderung nach (6.25.) erfüllt werden, daß sich diese auch tatsächlich mit geforderter Genauigkeit zu Null ergibt. Bild 6.6. zeigt schematisch diesen Zusammenhang.

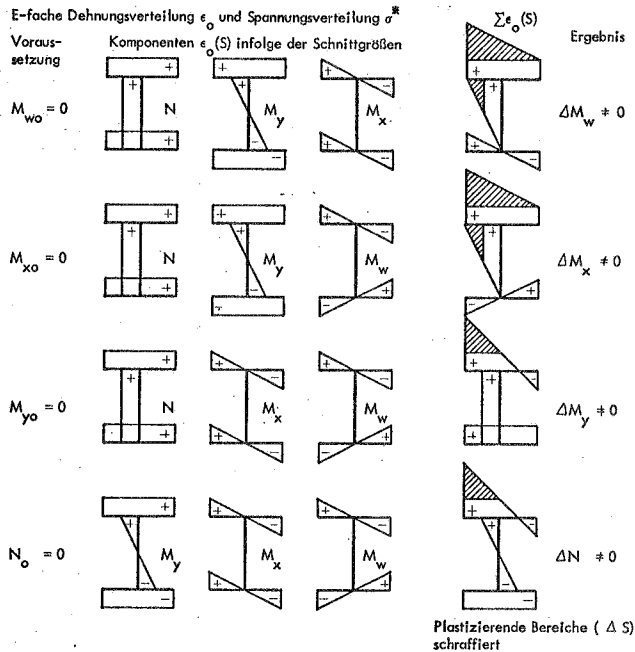


Bild 6.6. SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER PLASTIZIERBEREICHE UND DIFFERENZGRÖßEN ΔS BEI KOMBINATION VON DREI SCHNITTGRÖßEN S_0 .

Bei der rechnerischen Ermittlung des Tragverhaltens der Träger der Hauptversuchsreihe, die keiner planmäßigen Längsbelastung N unterworfen waren, mußte aus den genannten Gründen auch die Differenzgröße ΔN berücksichtigt und die Forderung $\int \sigma^* \cdot dF \sim 0$ erfüllt werden.

6.2.4.2. Berücksichtigung der Torsionsschubspannungen τ_T^I

Die Vernachlässigung des Einflusses der Schubspannungen infolge Querkraften Q_x , Q_y und Q_T^{II} (Flanschquerkräfte aus Sekundärtorsion M_T^{II} / h') auf den Plastizierungsprozeß ist bei den üblichen Längenabmessungen von Biegeträgern im Rahmen der geforderten Genauigkeit vertretbar. Die Berücksichtigung der St. Venant'schen Schubspannungen ist jedoch wünschenswert. Um allerdings einen über die Querschnittsdicken konstanten Vergleichsspannungswert zu erhalten und um den in Abschnitt 6.2.4.1. beschriebenen Rechenprozeß beibehalten zu können, sind vereinfachende Annahmen zu treffen. Die Nadai'sche Sandhügelanalogie (Abschnitt 3.2.4), die die Torsionsaufnahmefähigkeit des völlig platzierten Querschnittes beschreibt, setzt gleichgroße Schubspannungen τ_T an allen Querschnittspunkten voraus und bietet sich deshalb als brauchbare Näherung zur zumindest qualitativen Erfassung der Torsionsbeanspruchung M_T^I an.

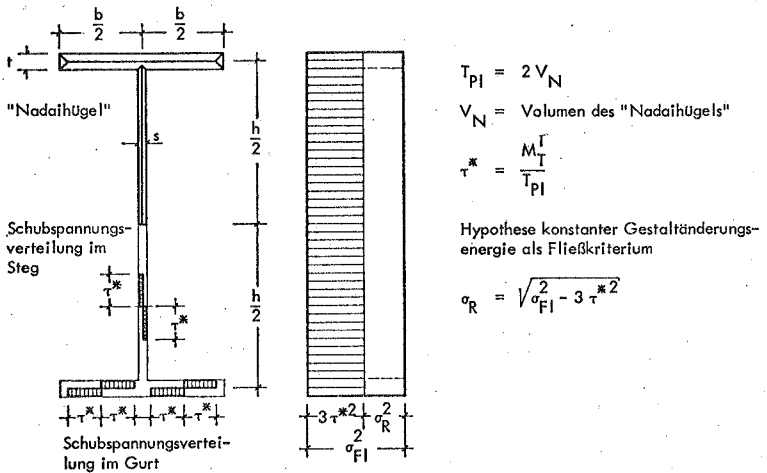


Bild 6.7. NÄHERUNGSWEISE BERÜCKSICHTIGUNG DER ST. VENANT'SCHEN TORSIONSSCHUBSPANNUNGEN AUF PLASTIZIERVORGÄNGE

In Anlehnung an Gleichung (3.5) wird eine gleichmäßig über den gesamten Querschnitt verteilte Ersatzschubspannung τ^* berechnet und mit Hilfe einer vereinbarten Fließhypothese das zur Aufnahme der übrigen aus Normalspannungen σ gebildeten - Schnittgrößen verbleibende Restspannungsniveau σ_R ermittelt. Dem in Abschnitt 6.2.4.1 beschriebenen Iterationsprozeß steht demnach zur Aufnahme der Lastkombination S_0 ein Querschnitt mit verminderter Streckgrenze zur Verfügung, wie Bild 6.7 verdeutlicht.

6.2.4.3. Ermittlung der reduzierten Steifigkeiten K

Zur Beschreibung des Verformungsverhaltens eines teilplastizierten Querschnittes seien folgende Größen als reduzierte Steifigkeiten definiert :

$$\begin{aligned}
 K_N &= \frac{N_o}{\epsilon(s)} & \text{worin die Dehnung der Schwerpunktfaser } \epsilon(s) &= \frac{N_o + \Delta N(n)}{EF} \\
 K_x &= - \frac{M_{xo}}{\alpha_x} & \text{worin } \alpha_x &= - \frac{M_{xo} + \Delta M_x(n)}{EF_{xx}} \\
 K_y &= - \frac{M_{yo}}{\alpha_y} & \text{worin } \alpha_y &= - \frac{M_{yo} + \Delta M_y(n)}{EF_{yy}} \\
 K_w &= - \frac{M_{wo}}{\alpha_w} & \text{worin } \alpha_w &= - \frac{M_{wo} + \Delta M_w(n)}{EF_{ww}} & (6.26)
 \end{aligned}$$

$N_o, M_{xo}, M_{yo}, M_{wo}$ bedeuten hier die vom Querschnitt zu übertragenden Schnittgrößen und $\Delta N(n), \Delta M_x(n), \Delta M_y(n), \Delta M_w(n)$ die sich nach Beendigung des Iterationsprozesses (Abschnitt 6.2.4.2.) mit dem n-ten Rechenschritt ergebenden Differenzgrößen. Die Werte K werden als "Sekantensteifigkeiten" bezeichnet.

Für die Schnittgrößen S_0 erhält man durch die Querschnittsiteration eine Zuordnung von Steifigkeitswerten K, die nur für diese bestimmte Lastkombination gültig ist. Eine Änderung nur einer Schnittgröße zieht eine Veränderung sämtlicher K-Werte für den Querschnitt nach sich.

Zur Beurteilung des Verdrehverhaltens infolge des St. Venant'schen Torsionsmomentes läßt sich eine "Sekantensteifigkeit" wegen der vereinfachenden Annahmen in Abschnitt 6.2.4.2 nicht ermitteln. Ersatzweise sei als Näherung vorgeschlagen :

Aus der "Tangentensteifigkeit" GJ_{TR} des elastisch gebliebenen Restquerschnittes F_R und der elastischen Steifigkeit GJ_T des Gesamtquerschnittes wird als Mittelwert eine Ersatzsekantensteifigkeit K_T gefunden, die bei Teilplastizieren einen brauchbaren Anhaltspunkt liefert

$$K_T = \frac{G (J_{TR} + J_T)}{2} \quad (6.27)$$

In Bild 6.8. ist die Ermittlung der reduzierten Steifigkeiten an einem Beispiel dargestellt. Zum besseren Verständnis sind die Ergebnisse des ersten und n-ten Rechenschrittes (Beginn und Beendigung des Iterationsvorganges) in Tabellenform aufgeführt.

Ausgangsgrößen Schnittgrößen S_o	Querschnittskennwerte	Abmessungen
$M_T^T = 9240 \text{ kpcm}$	$T_{pl} = 12,06 \text{ cm}^3$	
$N_o = 0$	$F = 30,00 \text{ cm}^2$	
$M_{x_o} = 18000 \text{ kpcm}$	$F_{xx} = 166,70 \text{ cm}^4$	
$M_{y_o} = 340600 \text{ kpcm}$	$F_{yy} = 2333 \text{ cm}^4$	
$M_{w_o} = -386500 \text{ kpcm}^2$	$F_{ww} = 16667 \text{ cm}^6$	

Fließgrenze $\sigma_{Fl} = 2400 \text{ kp/cm}^2$ $\tau_T^I = \frac{9240}{12,06} = 766 \text{ kp/cm}^2$

$$\sigma_R = \sqrt{2400^2 - 3 \cdot 766^2} = 2000 \text{ kp/cm}^2 \quad (\text{nach Bild 6.7.})$$

Es gelten die in Abschnitt 6.2.4.1. angegebenen Beziehungen (6.22.) und (6.23.).

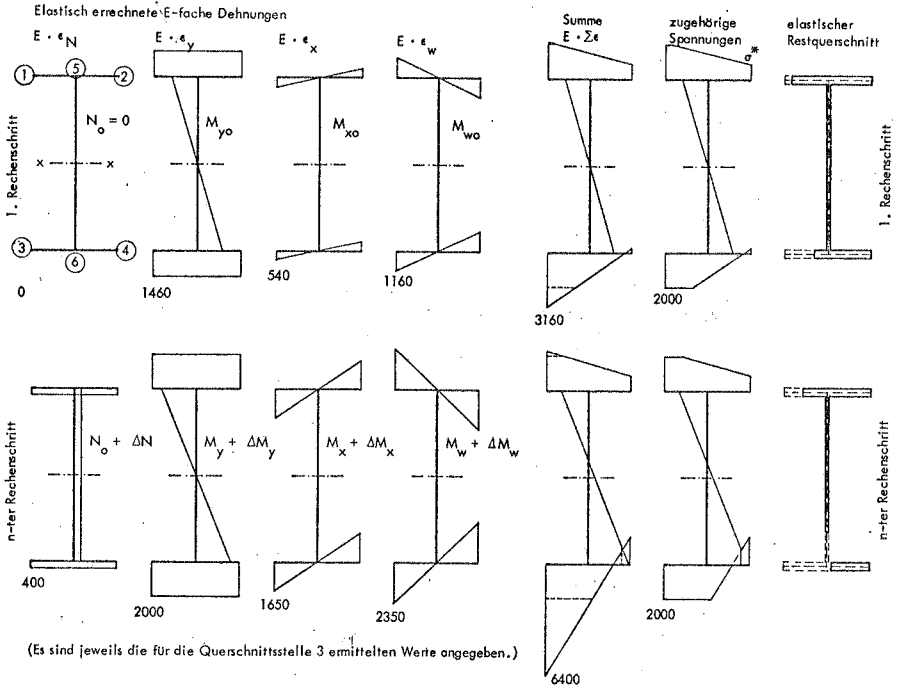
Ausgangsschnittgröße 1. Schritt $S(1) = S_0$		Elastisch errechnete E-fache Dehnungen ($E \cdot \epsilon$) an den Querschnittsstellen in kp/cm^2						Differenzgröße ΔS	Tatsächliche Schnittgröße S^*
n-ter Schritt $S(n) = S_0 + \Delta S(n-1)$		1	2	3	4	5	6	nach Gl. (6.23)	
erster Rechenschritt	$N_0 = 0$	0	0	0	0	0	0	+ 1920 kp	- 1920 kp
	$M_{y0} = + 340600 \text{ kpcm}$	-1460	-1460	+1460	+1460	-1460	+1460	+20000 kpcm	+320500 kpcm
	$M_{x0} = + 180000 \text{ kpcm}$	+ 540	- 540	+ 540	- 540	0	0	+ 7500 kpcm	+ 105000 kpcm
	$M_{w0} = - 386500 \text{ kpcm}^2$	-1160	+1160	+1160	-1160	0	0	-77700 kpcm ²	-308800 kpcm ²
	$E \cdot \epsilon$ in kp/cm^2	-2080	- 840	+3160	- 240	-1460	+1460	$\Delta S \neq 0$	$S^* \neq S_0$
	zugehörige Spannungen σ^*	-2000	- 840	+2000	- 240	-1460	+1460		
n-ter Rechenschritt	$N(n) = 12000 \text{ kp}$	+ 400	+ 400	+ 400	+ 400	+ 400	+ 400	+ 12000 kp	0 kp
	$M_y(n) = 466700 \text{ kpcm}$	-2000	-2000	+2000	+2000	-2000	+2000	+126100 kpcm	+340600 kpcm
	$M_x(n) = 55000 \text{ kpcm}$	+1650	-1650	+1650	-1650	0	0	+ 37000 kpcm	+ 180000 kpcm
	$M_w(n) = - 783300 \text{ kpcm}^2$	-2350	+2350	+2350	-2350	0	0	-396900 kpcm ²	-386500 kpcm ²
	$E \cdot \epsilon$ in kp/cm^2	-2300	- 900	+6400	-1600	-1600	+2400	$\Delta S(n) = \Delta S(n-1)$	$S^* = S_0$
	zugehörige Spannungen σ^*	-2000	- 900	+2000	-1600	-1600	+2000		

Entsprechend den Gleichungen (6.26) und (6.27) erhält man Steifigkeitswerte K , die gegenüber elastischen Werten um den Faktor μ reduziert sind :

Reduzierte Steifigkeit K	Reduktionsfaktor μ nach dem Rechenschritt	
	1	n
$K_N = \mu_N \cdot EF$	-	-
$K_y = \mu_y \cdot EF_{yy}$	0,941	0,730
$K_x = \mu_x \cdot EF_{xx}$	0,584	0,328
$K_w = \mu_w \cdot EF_{ww}$	0,799	0,493
$K_T = \mu_T \cdot GJ_T$	0,908	0,818

Die in dieser Weise durch Querschnittsiteration gefundenen reduzierten Steifigkeiten K sind zur iterativen Berechnung in Stablängsrichtung beim Aufstellen der Übertragungsmatrizen für den Torsions- und Biegefall (Matrix (6.5) und (6.20)) zu berücksichtigen.

Zuordnung von Schnittgrößenkombination und Dehnungsverteilung



Zuordnung von Schnittgrößen und Verformungen

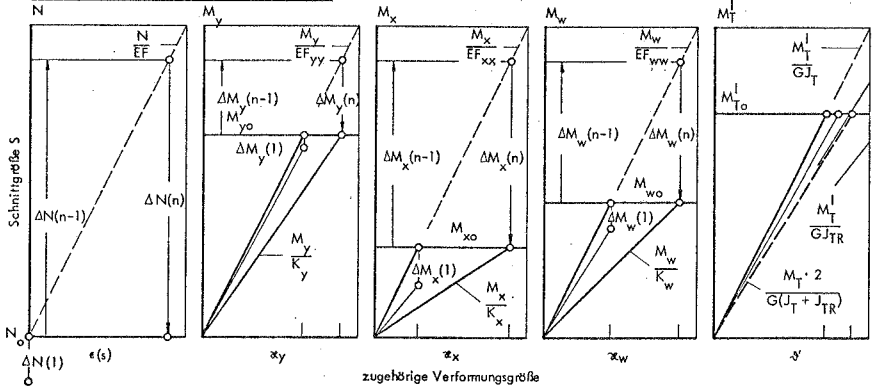


Bild 6.8. ERMITTLUNG DES VERFORMUNGSVERHALTENS EINES T-QUERSCHNITTES UNTER EINER SCHNITTGRÖßEN-KOMBINATION UND BESTIMMUNG DER REDUZIERTEN SEKANTENSTEIFIGKEITEN

6.3. Ablauf des Rechenprogrammes und Ergebnisausgabe

Nach Einarbeitung der unter Abschnitt 6.2. beschriebenen Teilaufgaben ergibt sich der im Flußdiagramm 6.9. dargestellte Ablauf des Rechenprogrammes.

Die Ergebnisausgabe erfolgt in der aus den Tabellen 6.1 bis 6.4 ersichtlichen Weise :

(ALLGEMEINE ANGABEN)	a) Profilart und Versuchsbezeichnung, Streckgrenze des Werkstoffes
	b) Belastung : Torsion, Querbelastung
	c) Anzahl der Iterationsschritte in Stablängsrichtung und Genauigkeits- schränke
(ERGEBNISSE DER BERECHNUNG)	d) Schnittgrößen an den Abschnittsgrenzen, bezogen auf Lokalkoordi- naten x, y
	e) Verschiebungen an den Abschnittsgrenzen, bezogen auf Global - koordinaten \bar{x}, \bar{y}
	f) Reduzierte Steifigkeiten, bezogen auf Lokalkoordinaten x, y
	g) Anzahl der Rechenschritte bei der Querschnittsiteration (1. Spalte).

Die Tabellen zeigen jeweils die Ergebnisse für den Lastfall Torsion ($P_y = 0$) und den Lastfall Torsion und zusätzliche Biegebeanspruchung bei den Trägern A 2 (I PE 220) und C 5 (I PBl 160).

Beim Torsionslastfall liegt jeweils elastisches Verhalten vor, was aus der Anzahl der Iterationsschritte an den Querschnitten und den Querschnittskenngrößen ersichtlich ist. Bei zusätzlicher Biegebeanspruchung treten Plastizierscheinungen auf :

nach 13 (bzw. 18) Iterationsgängen in Stablängsrichtung wird für den Träger A 2 (C 5) eine Ergebnisgenauigkeit von 5 % erreicht, wobei die Anzahl der Iterationsschritte am höchstbeanspruchten Querschnitt im letzten Rechengang 48 (bzw. 38) beträgt. Deutlich kann neben einem Anwachsen der Verdrehverformungen ϑ eine Abnahme der Zwängungsgröße M_w festgestellt werden - eine Tendenz, die durch die Versuche bestätigt war. Aus den Angaben für das Gesamttorsionsmoment M_T läßt sich der Einfluß der nach Abschnitt 6.2.3. errechneten Korrekturglieder ΔM_T (Theorie II. Ordnung) abschätzen.

RECHENERGEBNISSE FÜR VERSUCH A 2, $M_T = 9400$ kp/cm

Veränderung der Schnittgrößen, Verformungen und Steifigkeiten bei zusätzlicher Biegebeanspruchung und Plastifizierungserscheinungen

Tabelle 6.1

PROFIL IPE 220-A2, SFL= 2740

 BELASTUNG NT = 9400 KPCH PY = 0 KP
 ES WURDEN 2 ITERATIONSSCHRITTE BENÖTIGT BEI EINER GEFORDERTEN GENAUIGKEIT VON 1 PROZENT

STELLE	NTP	NTS	NT	MX1	MYTA	MW	T _{HETA}	T _{HETA} STRICH	VX	VY	DX	JX	JY	FM	JT
DIMENS.	KPCH	KPCH	KPCH	KPCH	KPCH	KPCH2	GRAD	GRAD/M	MM/100	MM/100	KP	CM 4	CM 4	CM 6	CM 4
0/ 1	0	9400	9400	0	0	-697594	0,000	0,000	0	0	0	2737	206	23262	10,11
1/ 1	1091	8309	9400	0	0	-609170	0,039	0,769	0	0	0	2737	206	23262	10,11
2/ 1	2042	7398	9400	0	0	-530944	0,150	1,433	0	0	0	2737	206	23262	10,11
3/ 1	2871	6529	9400	0	0	-461604	0,323	2,014	0	0	0	2737	206	23262	10,11
4/ 1	3590	5810	9400	0	0	-399992	0,550	2,519	0	0	0	2737	206	23262	10,11
5/ 1	4212	5188	9400	0	0	-346075	0,824	2,995	0	0	0	2737	206	23262	10,11
6/ 1	4747	4653	9400	0	0	-295934	1,139	3,331	0	0	0	2737	206	23262	10,11
7/ 1	5204	4196	9400	0	0	-251747	1,489	3,651	0	0	0	2737	206	23262	10,11
8/ 1	5591	3809	9400	0	0	-211773	1,868	3,923	0	0	0	2737	206	23262	10,11
9/ 1	5914	3486	9400	0	0	-175345	2,272	4,149	0	0	0	2737	206	23262	10,11
10/ 1	6178	3222	9400	0	0	-141892	2,696	4,335	0	0	0	2737	206	23262	10,11
11/ 1	6389	3011	9400	0	0	-110733	3,137	4,483	0	0	0	2737	206	23262	10,11
12/ 1	6550	2850	9400	0	0	-81467	3,592	4,596	0	0	0	2737	206	23262	10,11
13/ 1	6662	2738	9400	0	0	-53566	4,055	4,679	0	0	0	2737	206	23262	10,11
14/ 1	6729	2671	9400	0	0	-28560	4,526	4,722	0	0	0	2737	206	23262	10,11
15/ 1	6751	2649	9400	0	0	0	4,999	4,737	0	0	0	2737	206	23262	10,11

Tabelle 6.2

PROFIL IPE 220-A2, SFL= 2740

 BELASTUNG NT = 9400 KPCH PY = 9000 KP
 ES WURDEN 13 ITERATIONSSCHRITTE BENÖTIGT BEI EINER GEFORDERTEN GENAUIGKEIT VON 5 PROZENT

STELLE	NTP	NTS	NT	MX1	MYTA	MW	T _{HETA}	T _{HETA} STRICH	VX	VY	DX	JX	JY	FM	JT
DIMENS.	KPCH	KPCH	KPCH	KPCH	KPCH	KPCH2	GRAD	GRAD/M	MM/100	MM/100	KP	CM 4	CM 4	CM 6	CM 4
0/ 48	0	9702	9702	-8733	675000	-449139	0,000	0,000	0	1140	58	1120	50	3695	7,63
1/ 13	3332	6696	10028	-8563	630019	-367768	0,144	2,794	4	1127	58	2135	68	8945	8,43
2/ 10	4865	5265	10130	-8712	595043	-306993	0,476	3,801	12	1094	58	2950	78	14869	9,02
3/ 4	5991	4158	10109	1319	540044	-297596	0,881	4,295	23	1050	58	2723	142	22132	9,76
4/ 2	6926	3016	10043	9048	495016	-210073	1,326	4,584	33	997	58	2736	206	23247	10,08
5/ 1	6869	3023	9962	8284	449961	-184622	1,796	4,820	42	934	58	2737	206	23262	10,11
6/ 1	7132	2713	9865	10934	404886	-155150	2,288	5,016	50	864	58	2737	206	23262	10,11
7/ 1	7390	2374	9764	12925	359798	-129245	2,799	5,185	55	786	58	2737	206	23262	10,11
8/ 1	7588	2090	9666	14197	314700	-106519	3,324	5,323	58	703	58	2737	206	23262	10,11
9/ 1	7747	1833	9580	14702	269622	-86592	3,862	5,436	58	610	58	2737	206	23262	10,11
10/ 1	7877	1632	9510	14401	224558	-68899	4,411	5,527	54	519	58	2737	206	23262	10,11
11/ 1	7979	1478	9457	13265	179926	-53106	4,967	5,599	48	420	58	2737	206	23262	10,11
12/ 1	8056	1368	9424	11271	134540	-38725	5,530	5,652	39	318	58	2737	206	23262	10,11
13/ 1	8109	1297	9417	8401	89615	-25329	6,097	5,690	27	213	58	2737	206	23262	10,11
14/ 1	8141	1260	9401	4648	44763	-12530	6,667	5,712	14	107	58	2737	206	23262	10,11
15/ 1	8131	1250	9401	0	0	0	7,239	5,719	0	0	58	2737	206	23262	10,11

RECHENERGEBNISSE FÜR VERSUCH C 5, $M_T = 7940$ kpcM

Veränderung der Schnittgrößen, Verformungen und Steifigkeiten
bei zusätzlicher Biegebeanspruchung und Plastizierungserscheinungen

Tabelle 6.3

PROFIL IPBL 160-C5 , SFL#2570

BELASTUNG $M_T = 7940$ KPCM $P_y = 0$ KP

ES WURDEN 2 ITERATIONSSCHRITTE BENÖTIGT BEI EINER GEFORDERTEN GENAUIGKEIT VON 1 PROZENT

STELLE	MTP	MTS	MT	NXI	META	MW	THETA	THETASTRICH	VX	VY	QX	JX	JY	FX	JT
DIMENS.	KPCM	KPCM	KPCM	KPCM	KPCM	KPCM2	GRAD	GRAD/M	MM/100	MM/100	KP	CM 4	CM 4	CM 6	CM 4
0/ 1	0	7940	7940	0	0	-618061	0,000	0,000	0	0	0	1687	632	33116	12,79
1/ 1	862	7078	7940	0	0	-843669	0,024	0,478	0	0	0	1687	632	33116	12,79
2/ 1	1619	6321	7940	0	0	-476795	0,094	0,898	0	0	0	1687	632	33116	12,79
3/ 1	2282	5098	7940	0	0	-416936	0,202	1,266	0	0	0	1687	632	33116	12,79
4/ 1	2861	5079	7940	0	0	-363317	0,345	1,987	0	0	0	1687	632	33116	12,79
5/ 1	3364	4976	7940	0	0	-315103	0,518	1,866	0	0	0	1687	632	33116	12,79
6/ 1	3799	4141	7940	0	0	-271575	0,717	2,107	0	0	0	1687	632	33116	12,79
7/ 1	4173	3767	7940	0	0	-232086	0,939	2,319	0	0	0	1687	632	33116	12,79
8/ 1	4491	3449	7940	0	0	-196049	1,179	2,491	0	0	0	1687	632	33116	12,79
9/ 1	4757	3183	7940	0	0	-162927	1,436	2,638	0	0	0	1687	632	33116	12,79
10/ 1	4976	2964	7940	0	0	-132229	1,708	2,760	0	0	0	1687	632	33116	12,79
11/ 1	5151	2789	7940	0	0	-103498	1,987	2,857	0	0	0	1687	632	33116	12,79
12/ 1	5284	2656	7940	0	0	-76306	2,276	2,931	0	0	0	1687	632	33116	12,79
13/ 1	5378	2562	7940	0	0	-50249	2,572	2,983	0	0	0	1687	632	33116	12,79
14/ 1	5434	2506	7940	0	0	-24939	2,872	3,014	0	0	0	1687	632	33116	12,79
15/ 1	5452	2488	7940	0	0	0	3,174	3,024	0	0	0	1687	632	33116	12,79

Tabelle 6.4

PROFIL IPBL 160-C5 , SFL#2570

BELASTUNG $M_T = 7940$ KPCM $P_y = 7500$ KP

ES WURDEN 18 ITERATIONSSCHRITTE SCHNELLT BEI EINER GEFORDERTEN GENAUIGKEIT VON 5 PROZENT

STELLE	MTP	MTS	MT	NXI	META	MW	THETA	THETASTRICH	VX	VY	QX	JX	JY	FX	JT
DIMENS.	KPCM	KPCM	KPCM	KPCM	KPCM	KPCM2	GRAD	GRAD/M	MM/100	MM/100	KP	CM 4	CM 4	CM 6	CM 4
0/ 38	0	7984	7984	-2833	562500	-407941	0,000	0,000	0	1431	19	966	128	6475	9,67
1/ 14	2782	9226	8008	-1790	925004	-340633	0,093	1,810	0	1415	19	1969	194	19914	11,04
2/ 3	3950	4062	8012	82	487906	-292077	0,298	2,280	2	1377	19	1684	494	32470	12,45
3/ 1	4532	3475	8008	1961	450001	-293539	0,538	2,514	3	1324	19	1687	632	33116	12,79
4/ 1	4884	3117	8201	3679	412469	-220583	0,800	2,709	4	1296	19	1687	632	33116	12,79
5/ 1	5189	2804	7993	5174	374969	-190973	1,079	2,878	5	1181	19	1687	632	33116	12,79
6/ 1	5453	2531	7984	6396	337444	-144287	1,374	3,024	6	1093	19	1687	632	33116	12,79
7/ 1	5679	2295	7974	7302	299915	-140138	1,683	3,150	6	996	19	1687	632	33116	12,79
8/ 1	5870	2095	7965	7657	262386	-118171	2,004	3,256	7	890	19	1687	632	33116	12,79
9/ 1	6031	1926	7957	8030	224860	-98092	2,334	3,345	7	777	19	1687	632	33116	12,79
10/ 1	6162	1788	7950	7798	187340	-79473	2,672	3,418	6	657	19	1687	632	33116	12,79
11/ 1	6267	1678	7945	7140	149832	-62142	3,017	3,476	5	532	19	1687	632	33116	12,79
12/ 1	6347	1595	7942	6041	112339	-45783	3,367	3,521	4	403	19	1687	632	33116	12,79
13/ 1	6404	1537	7941	4490	74866	-30136	3,721	3,592	2	270	19	1687	632	33116	12,79
14/ 1	6437	1503	7940	2478	37419	-14994	4,077	3,570	2	136	19	1687	632	33116	12,79
15/ 1	6448	1492	7940	0	0	-0	4,434	3,577	0	0	19	1687	632	33116	12,79

Für den Querschnitt 0 (Stabmitte) ergeben sich erhebliche Veränderungen der Steifigkeitsverhältnisse :

Reduzierte Steifigkeit K	Vergleichswert μ für	
	A 2 I PE 220	C 5 I PBI 160
$K_y = \mu_y \cdot EF_{yy}$	0,410	0,573
$K_x = \mu_x \cdot EF_{xx}$	0,243	0,203
$K_w = \mu_w \cdot EF_{ww}$	0,159	0,196
$K_T = \mu_T \cdot GJ_T$	0,755	0,756

Für zahlreiche Versuchsträger der Profiltreihen I PE 220 und I PBI 160 wurden unter Berücksichtigung der tatsächlichen Querschnittsabmessungen und der jeweils festgestellten Streckgrenzen β_S Berechnungen nach dem geschilderten Rechenverfahren durchgeführt.

In den Bildern 6.10 und 6.11 sind beispielhaft für die Träger A 2 und C 4 die ermittelten Rechenergebnisse den gemessenen Versuchsergebnissen gegenübergestellt.

Der Vergleich zeigt, daß das Berechnungsverfahren die Tendenz der veränderten Torsionsübertragungsmechanismen bei Plastifizierungserscheinungen richtig wiedergibt, wenn auch im Versuch eine größere Beeinflussung des Gesamttragverhaltens (größere Verformungswerte δ , v_y , stärkeres Abweichen der Zwängungsgröße M_w vom elastisch ermittelten Wert) festgestellt wurde. Als Erklärung hierfür muß berücksichtigt werden, daß der Fließbeginn im höchstbeanspruchten Mittelquerschnitt u.a. vom Vorhandensein von Eigenspannungszuständen abhängt.

Das entwickelte Rechenprogramm stellt ein leistungsfähiges Hilfsmittel zur Verfolgung des Tragverhaltens biege- und torsionsbeanspruchter Stäbe dar. Die Voraussetzungen ideal-doppelsymmetrischer Querschnittsbildung und homogenen Werkstoffverhaltens ist bei Versuchsstücken aus Walzprofilstahl in der Regel jedoch nicht erfüllt, so daß gewisse Diskrepanzen zwischen Versuchsergebnissen und Rechenwerten auftreten können. Durch Verwendung mechanisch bearbeiteter und geglühter Versuchsträger dürften diese Abweichungen jedoch wesentlich abgemindert werden können.

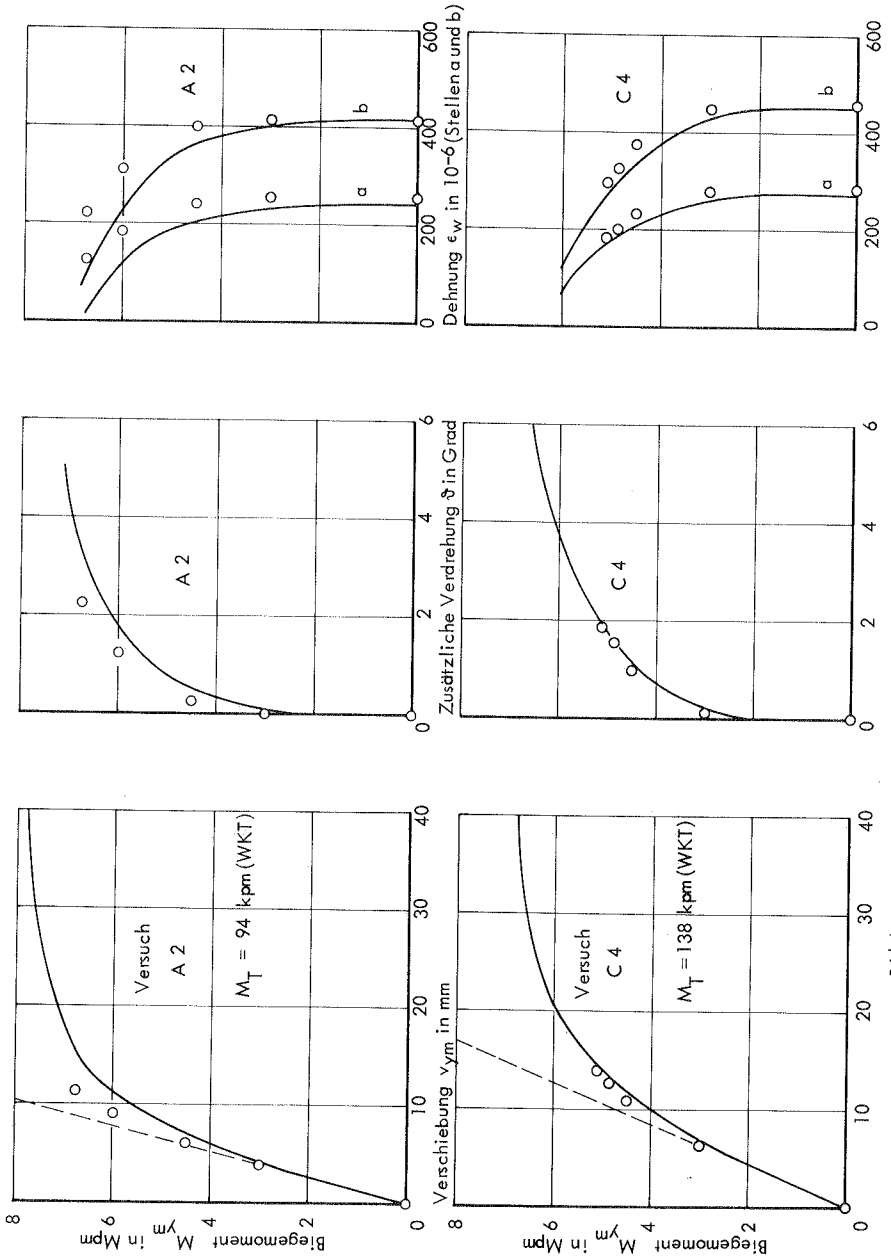
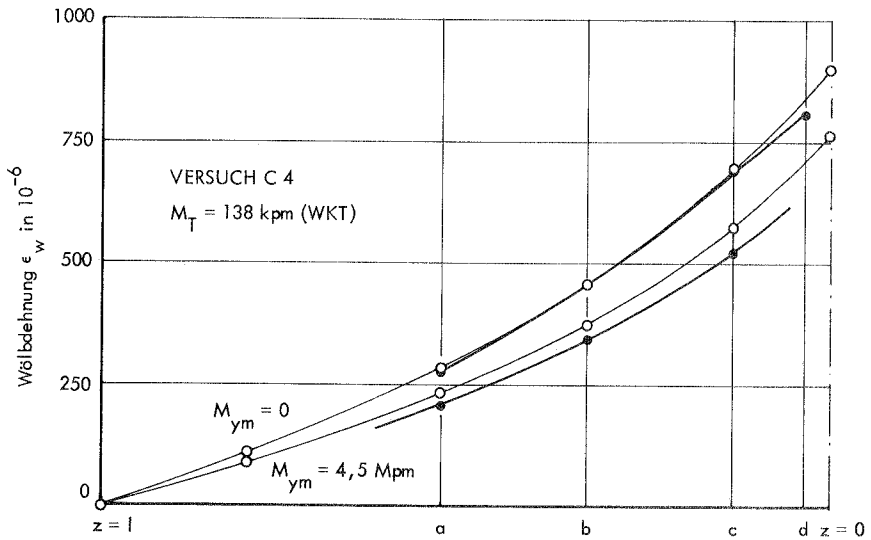
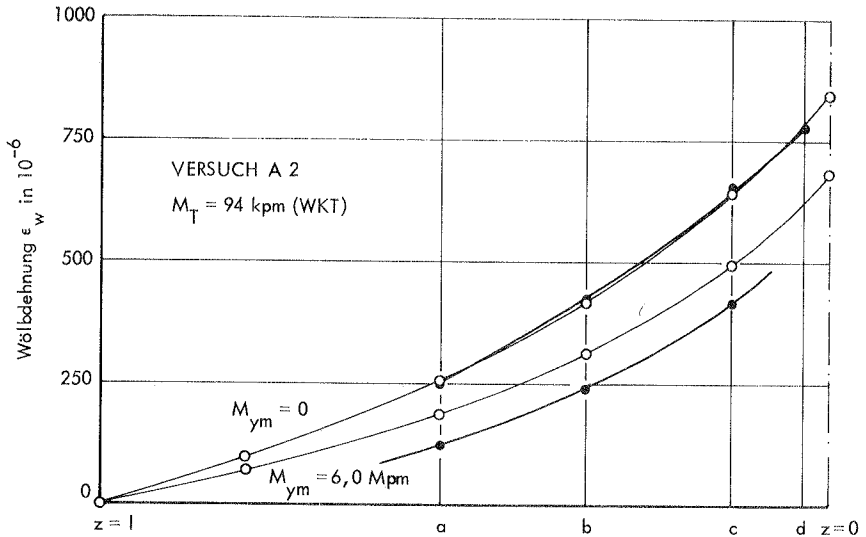


Bild 6.10. VERGLEICH VON RECHNERGEBNISSEN (o) UND MESSWERTEN (—)



Verlauf der Wölbnormaldehnungen über die Trägerlänge in Abhängigkeit von der zusätzlichen Biegebelastung

Bild 6.11. VERGLEICH VON RECHENERGEBNISSEN (○)
 UND MESSWERTEN (●)

7. ZUSAMMENFASSUNG

In experimentellen Untersuchungen an 44 Walzprofilträgern der Reihen I PE 220 und I PBI 160 mit unterschiedlichen Systemlängen wurde das Tragverhalten von biege- und verdrehbeanspruchten Stäben durch Verschiebungs- und Verzerrungsmessungen verfolgt. Besondere Beachtung galt den aus Wölbbehinderungen resultierenden Zwängungsspannungen, sowie deren Umlagerungen bei Plastiziervorgängen und ihr Einfluß auf die Biegeübertragungsfähigkeit – und damit die erreichbare Grenzlastkombination. Ein Vergleich wurde durch entsprechende Versuche an Trägern ohne Wölbbehinderung (reine St.Venant'sche Torsion) ermöglicht.

Zur Durchführung der Untersuchungen wurde eine Versuchsvorrichtung entwickelt, in der mit Hilfe zweier getrennter Belastungssysteme Biege- und Torsionsbeanspruchungen unabhängig voneinander aufgebracht werden konnten. Zur Untersuchung des Spannungsproblems waren durch geeignete Wahl des statischen Systems Verformungseinflüsse weitgehend ausgeschaltet. Die Versuchsergebnisse bestätigten die entwickelten Vorstellungen von der Veränderung der Torsionsübertragungsmechanismen.

Zur Erstellung von Interaktionsdiagrammen wurden Kriterien ausgearbeitet, die eine einheitliche Beurteilung von Trägern unterschiedlicher Abmessungen und Werkstoffeigenschaften ermöglichten. Die bei großen Verdrehverformungen auftretenden Nebeneffekte wurden im Hinblick auf die Traglastdefinition diskutiert.

Um die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen rechnerisch nachvollziehen zu können, wurde ein Computerprogramm für die Anlagen TR 4 und TR 440 erstellt. Das entkoppelte Biege-Torsions-Problem wurde mit Hilfe des Übertragungsverfahrens sukzessiv gelöst, wobei in zwei ineinander geschachtelten Iterationsprozessen sowohl Verformungseinflüsse als auch Plastizierscheinungen berücksichtigt werden konnten. Die in den Versuchen nachgewiesene Veränderung der Zwängungsgröße M_w (Wölbmoment) infolge Aufweichen der Wölbbehinderung wird durch das Rechenprogramm mit guter Übereinstimmung erfaßt.

Als Resultat der vorliegenden Arbeit ergibt sich zusammenfassend :

Die Berücksichtigung der aus Zwängung resultierenden Wölbnormalspannungen in einem unter der Voraussetzung elastischen Werkstoffverhaltens geführten Spannungsnachweis wäre nur bei Erfassung aller gleichzeitig auftretenden Eigenspannungszustände sinnvoll.

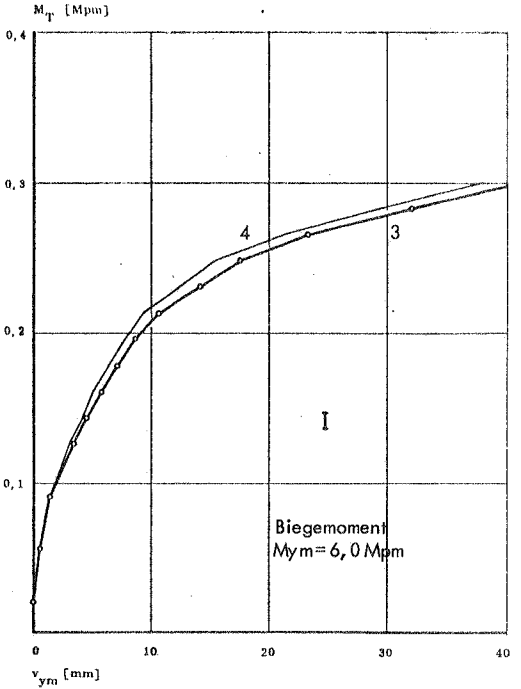
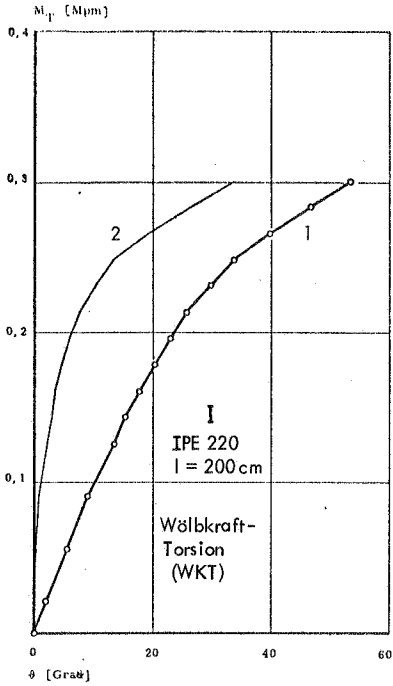
Ein Tragfähigkeitsnachweis, in dem ersatzweise unter Vernachlässigung der Wölbbehinderungseinflüsse Grenzlastkombinationen aus Biegung und Torsion ermittelt werden, bietet bei verringertem Rechenaufwand gleichwertige Sicherheit gegen Versagen und stellt somit - wie die Versuche beweisen - eine Beziehung zur tatsächlich erreichbaren Traglast her.

Bei diesem Vorgehen sind gegebenenfalls die Verdrehverformungen bei Transformation der Biegemomente auf die Querschnittshauptachsen näherungsweise zu berücksichtigen. Der Einfluß der Biegeverformungen auf die Torsionsbeanspruchung kann in Korrekturgliedern erfaßt werden.

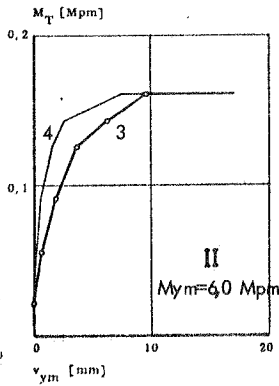
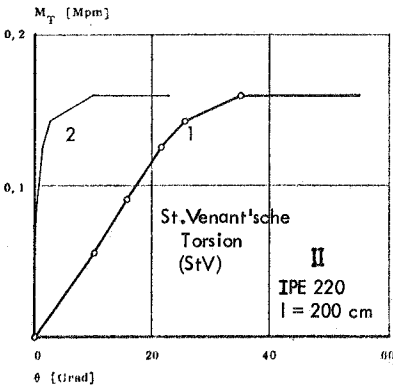
Die durchgeführten experimentellen und theoretischen Untersuchungen beschränkten sich auf die Ermittlung des Tragverhaltens von Stäben mit doppelsymmetrischem I-Querschnitt. Sowohl die Versuchsvorrichtung wie auch das Rechenprogramm gestatten es, nach entsprechenden Veränderungen durch weitergehende Versuche den Geltungsbereich der angedeuteten vereinfachenden Nachweise auf andere Querschnittsformen und Belastungsarten auszuweiten.

ANLAGEN
ZU

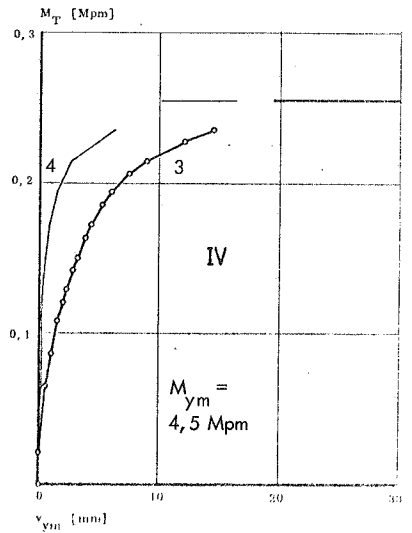
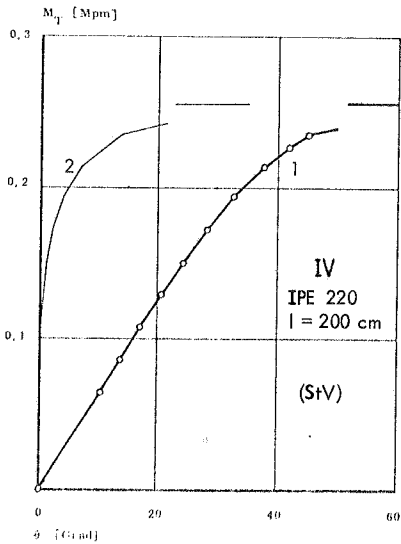
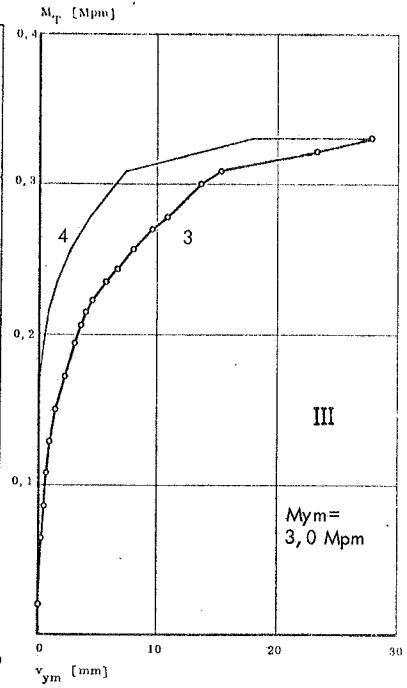
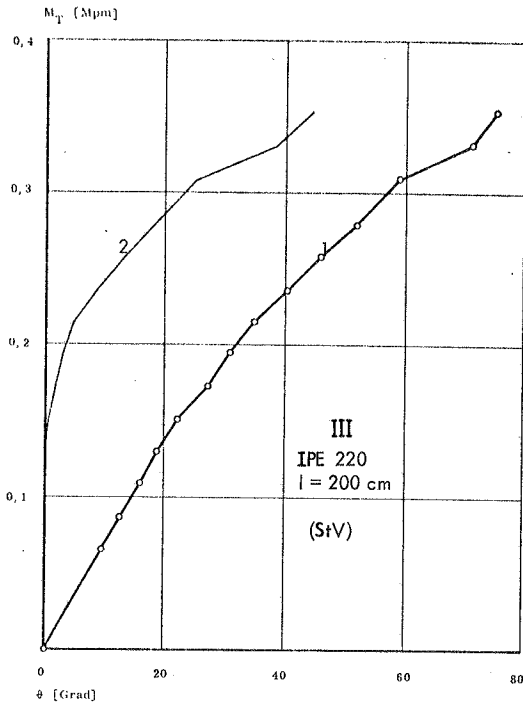
EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN
ZUR ERMITTLUNG DES TRAGVERHALTENS BIEGE- UND
VERDREHBEANSPRUCHTER STÄBE MIT I-QUERSCHNITT



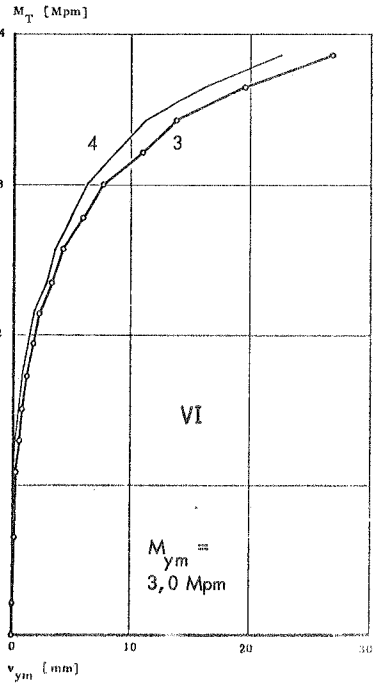
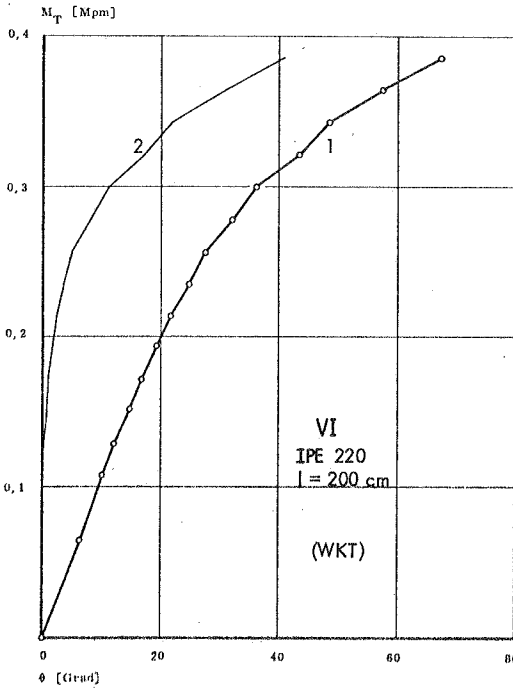
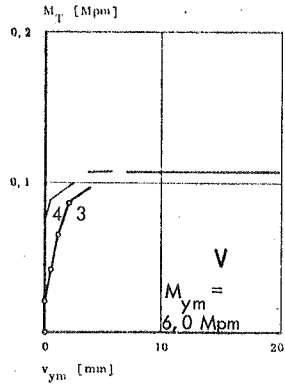
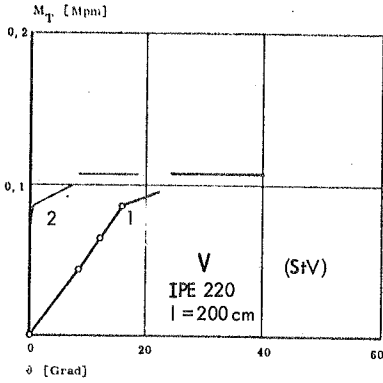
- 1 Gesamtverformung bei Belastung
- 2 bleibende Verformung nach Entlastung
- 3 zusätzliche Verformung bei Belastung
- 4 bleibende Verformung nach Entlastung



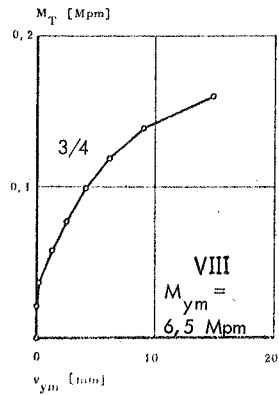
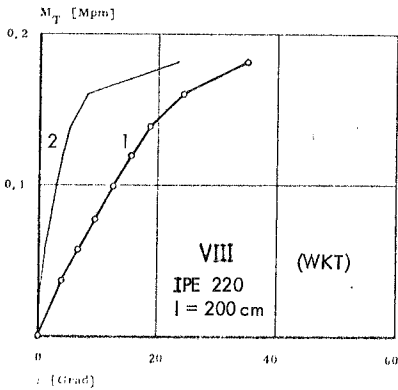
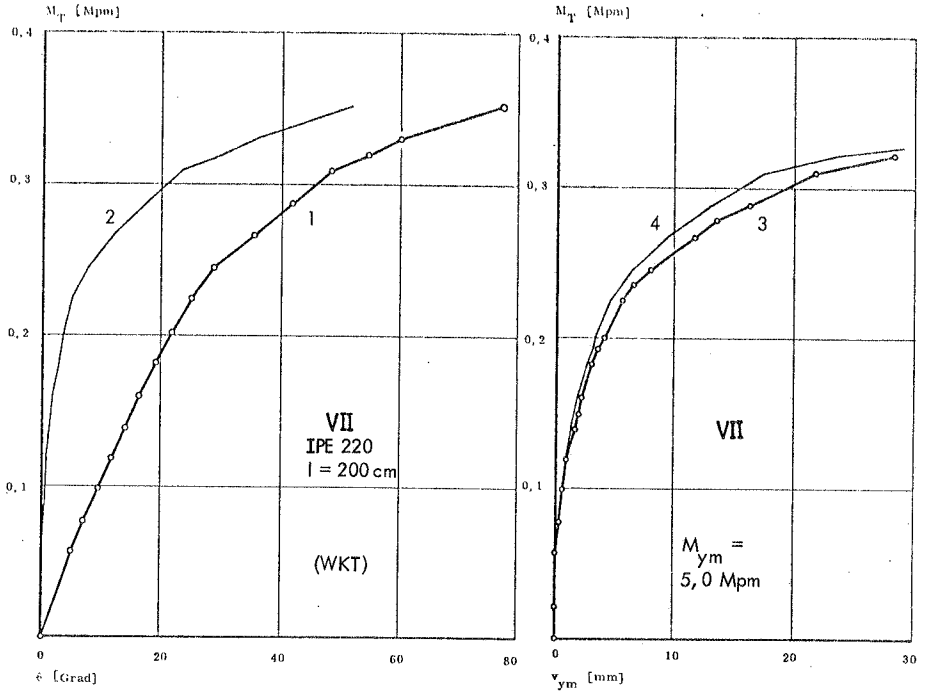
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE I UND II (M_{ym} = const.)



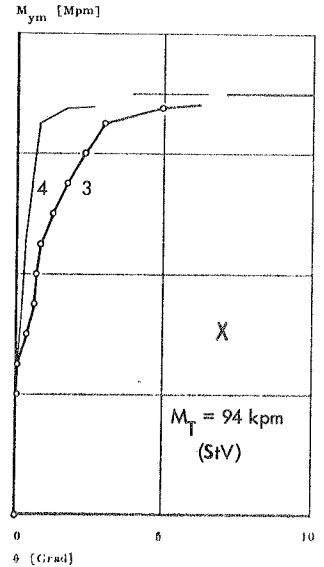
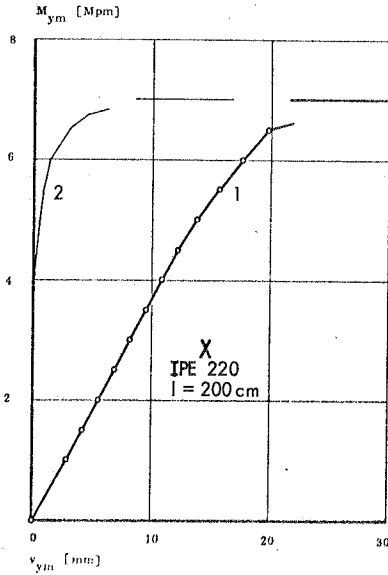
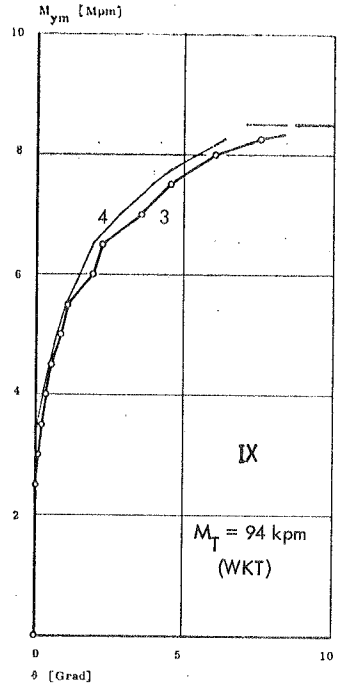
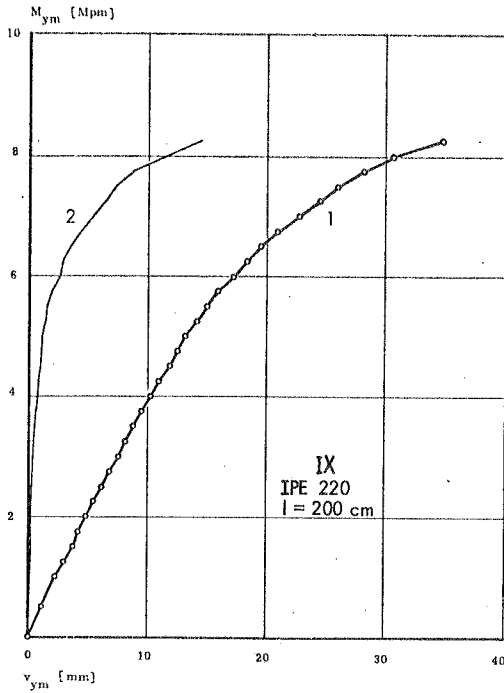
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE III UND IV ($M_{ym} = \text{const.}$)



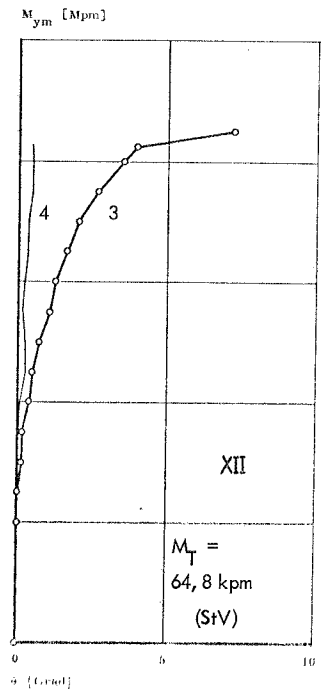
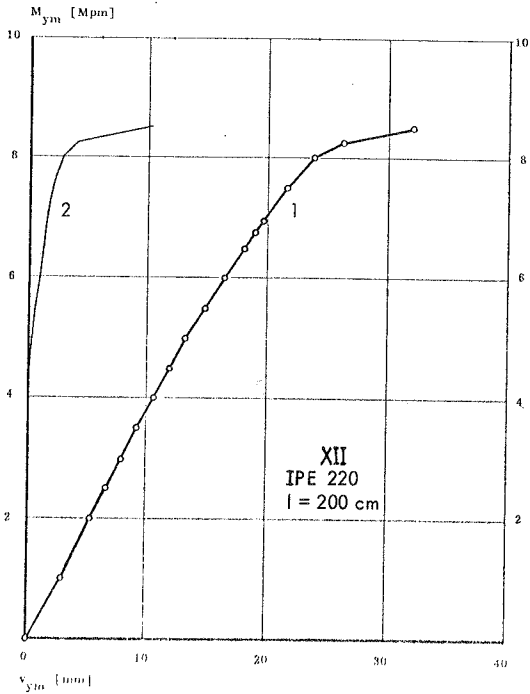
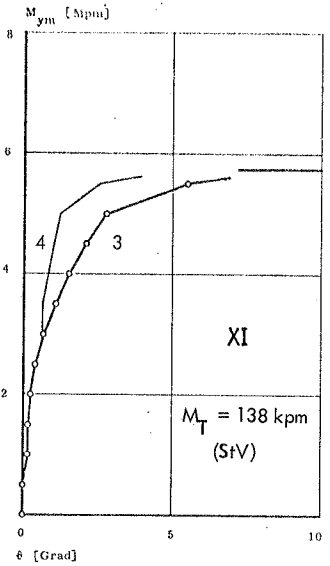
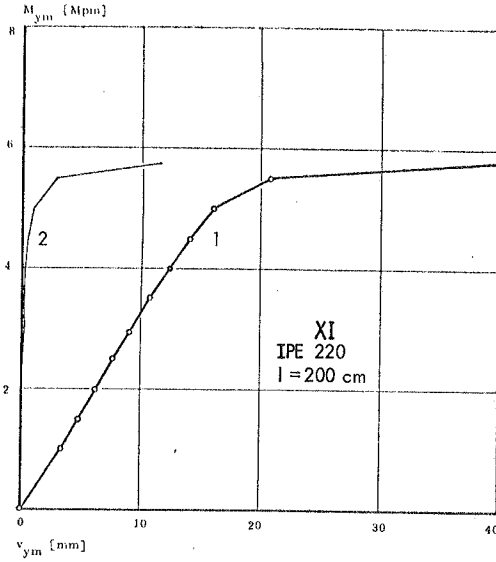
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE V UND VI ($M_{ym} = \text{const.}$)



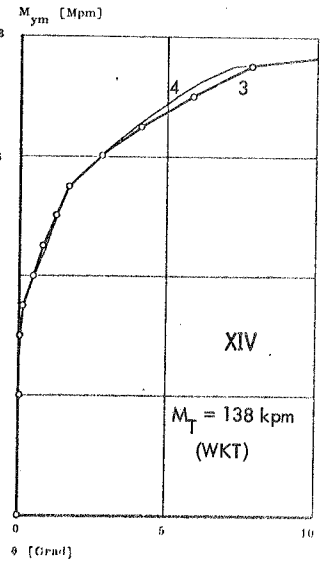
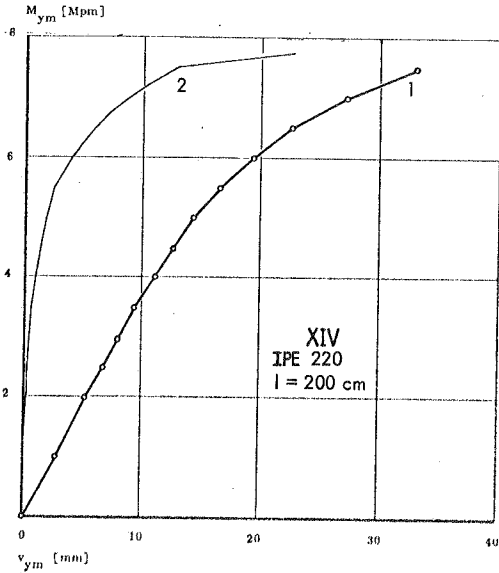
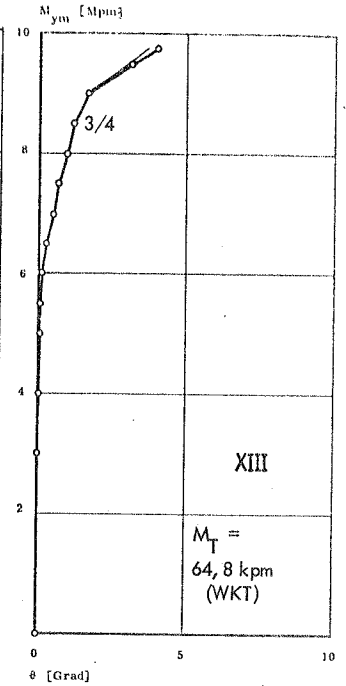
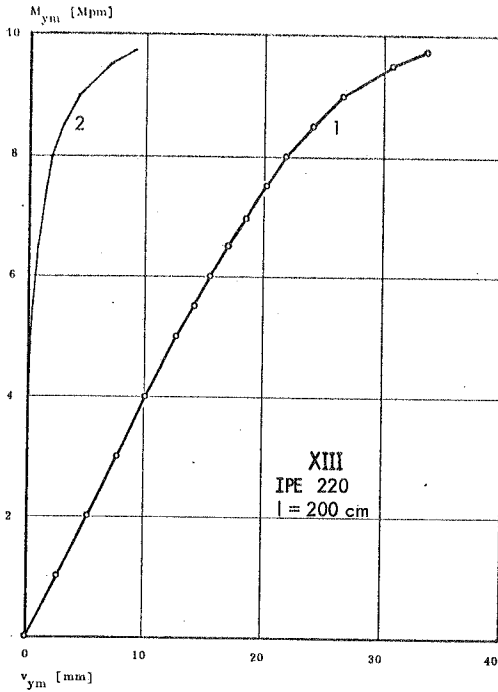
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE VII UND VIII ($M_{ym} = \text{const.}$)



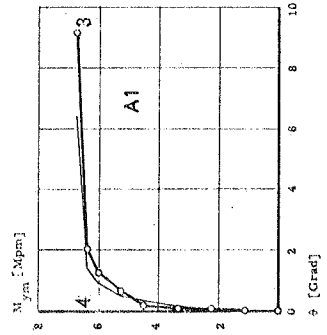
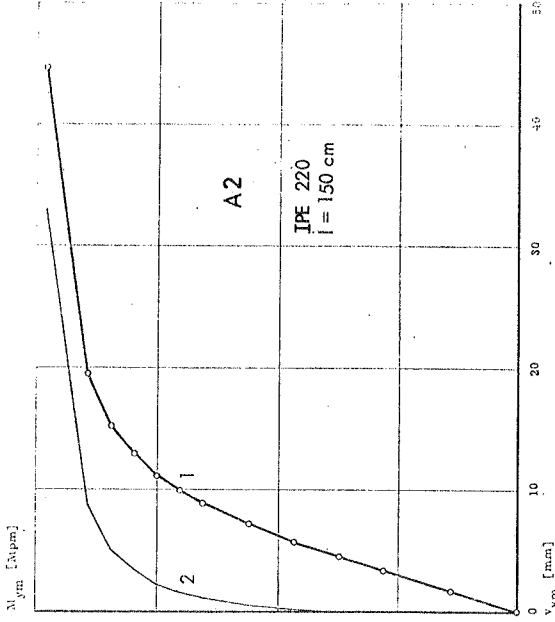
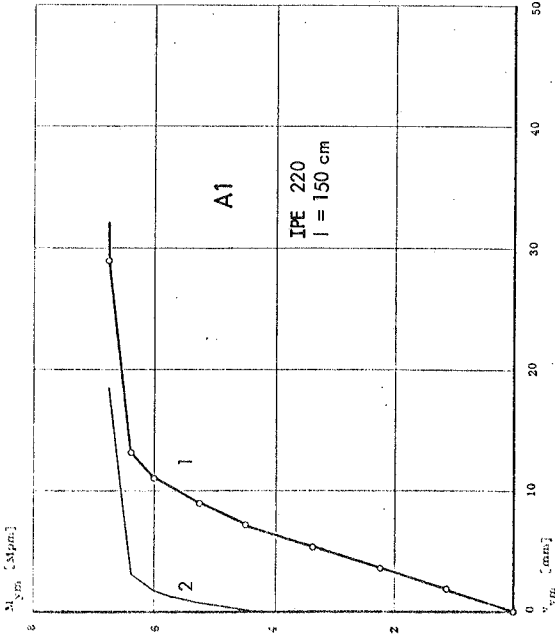
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE IX UND X ($M_T = \text{const.}$)



LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE XI UND XII ($M_T = \text{const.}$)

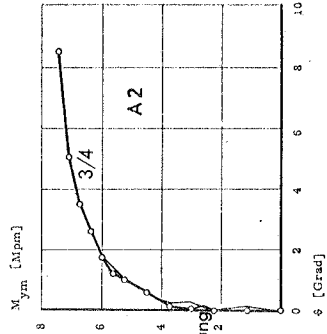


LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE XIII UND XIV ($M_T = \text{const.}$)

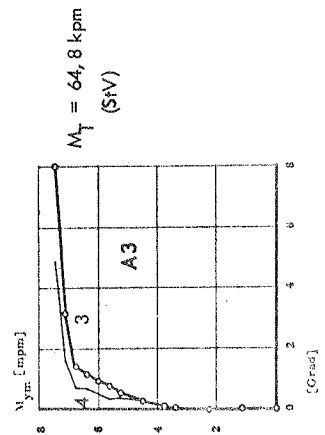
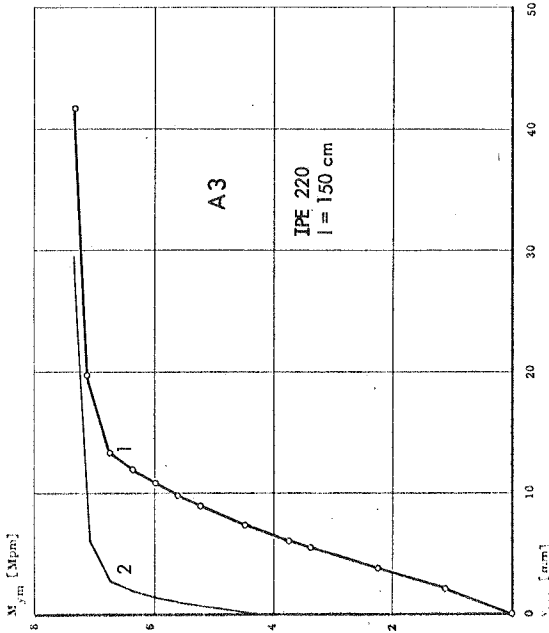
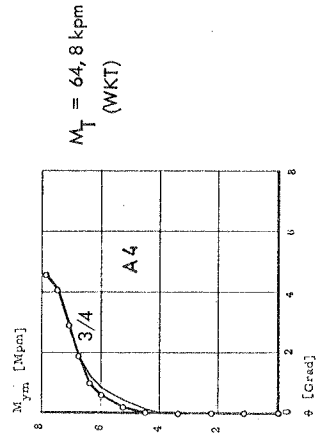
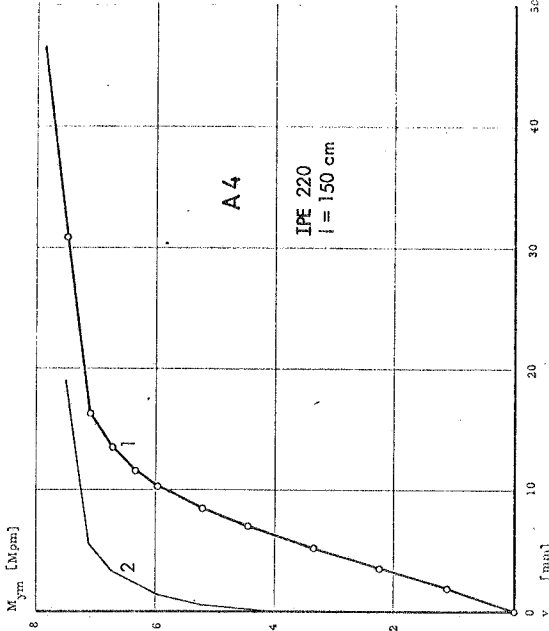


$M_T = 94 \text{ kpm}$
St. Venant'sche
Torsion (StV)

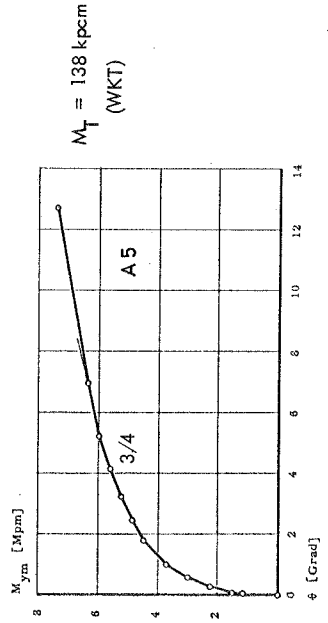
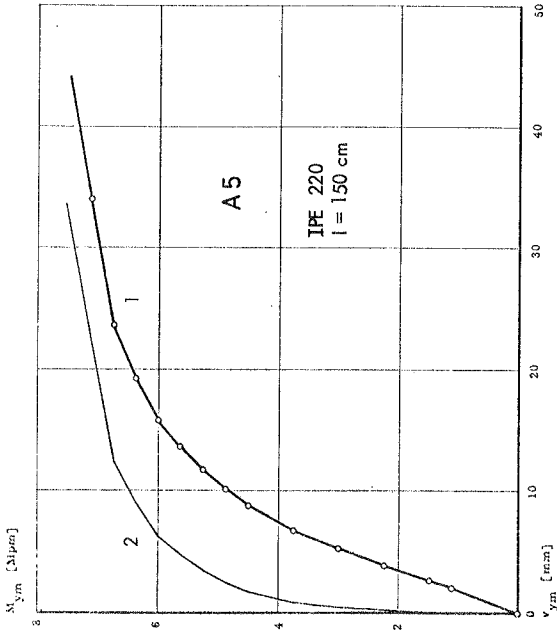
- 1 Gesamtverformung (Belastung)
- 2 bleibende Verformung (Entlastung)
- 3 zusätzliche Verformung bei Belastung
- 4 bleibende Verformung nach Entlastung



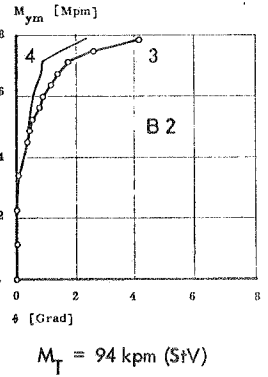
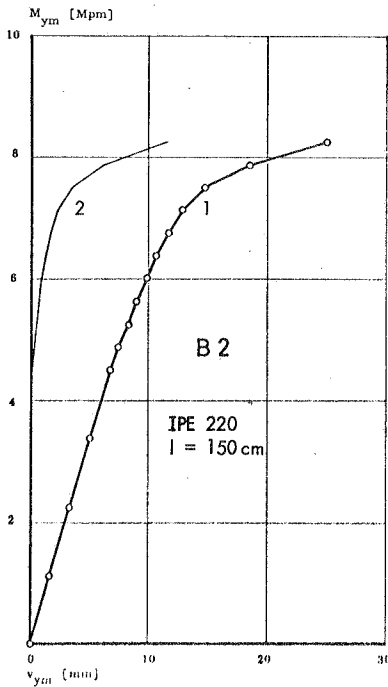
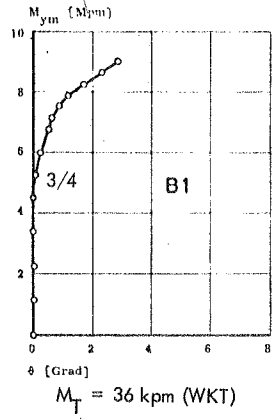
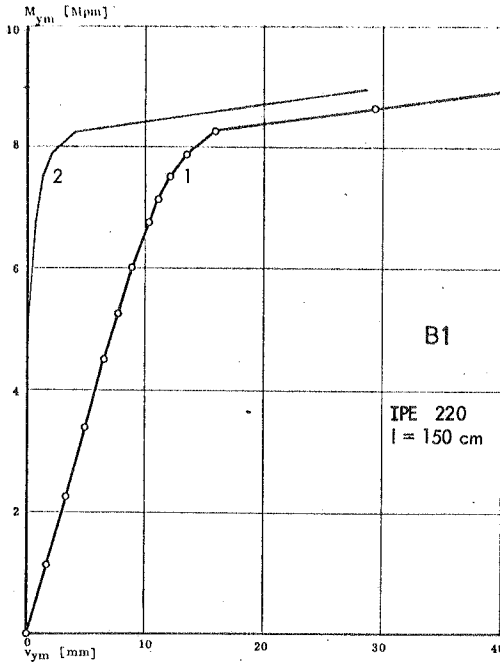
$M_T = 94 \text{ kpm}$
Wölbkrafttorsion
(WKT)



- 1 Gesamtverformung bei Belastung
- 2 bleibende Verformung nach Entlastung
- 3 zusätzliche Verformung bei Belastung
- 4 bleibende Verformung nach Entlastung

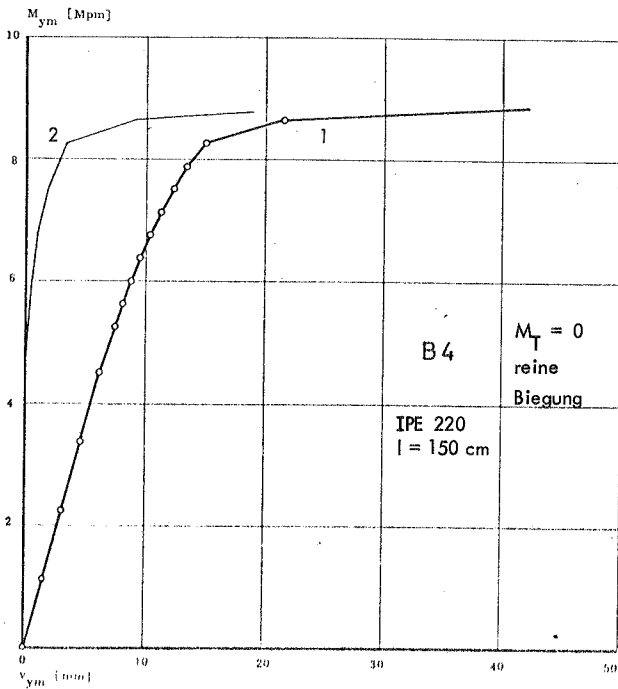
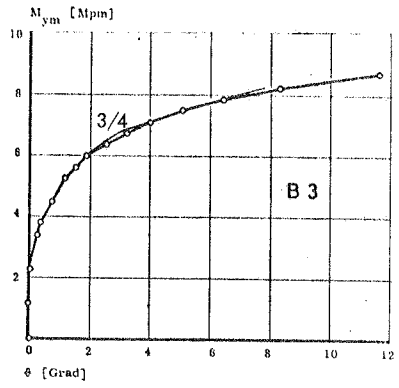
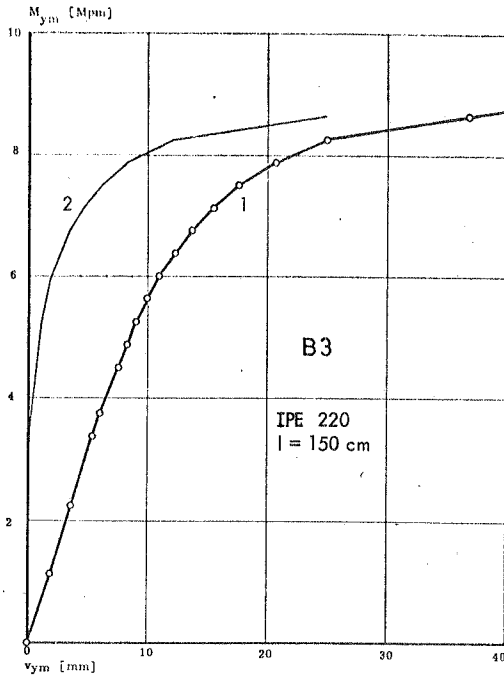


LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH A5 ($M_T = \text{const.}$)

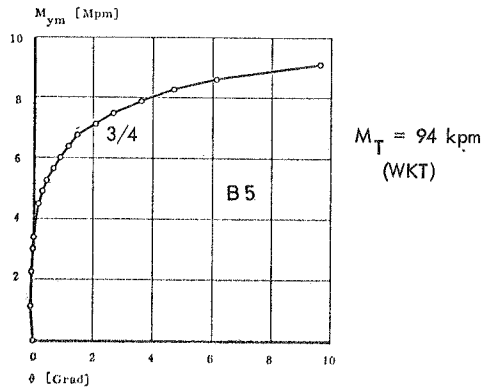
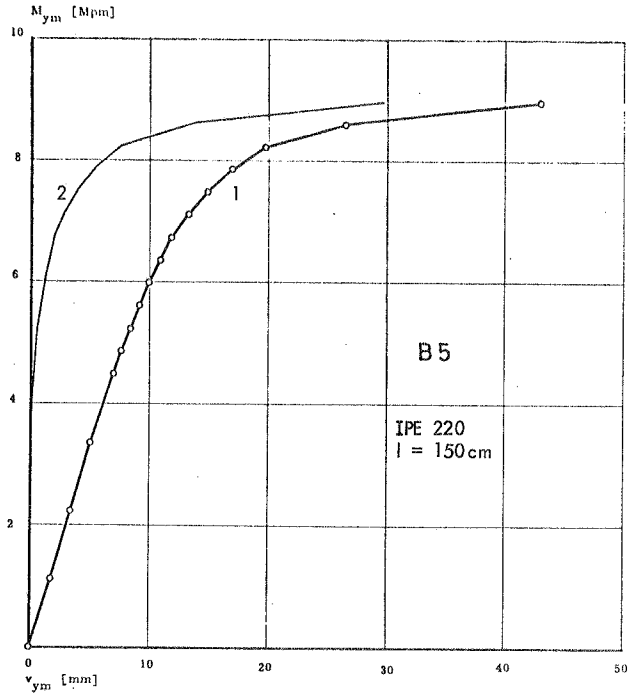


LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME
FÜR DIE VERSUCHE B1 UND B2

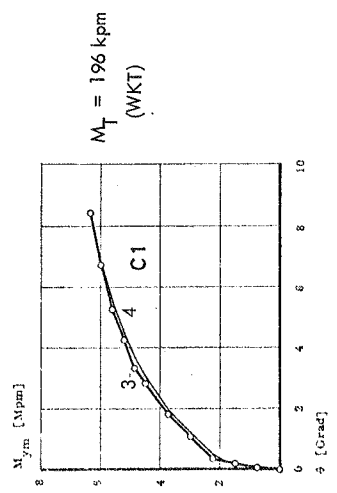
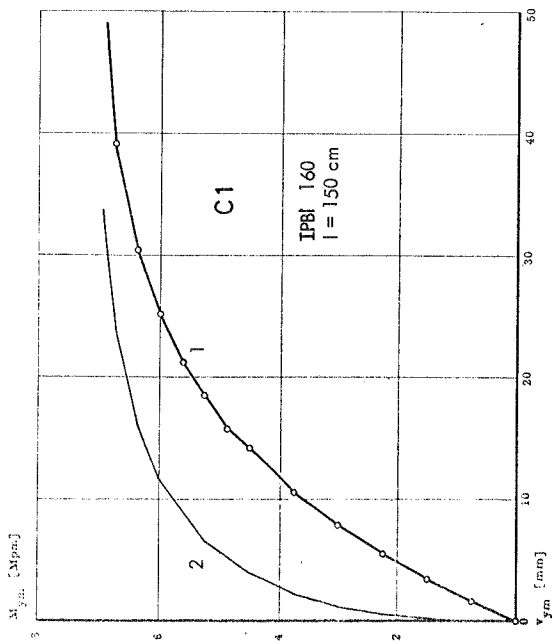
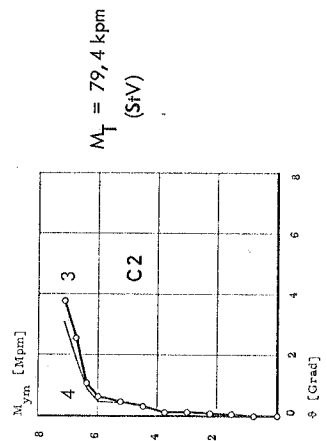
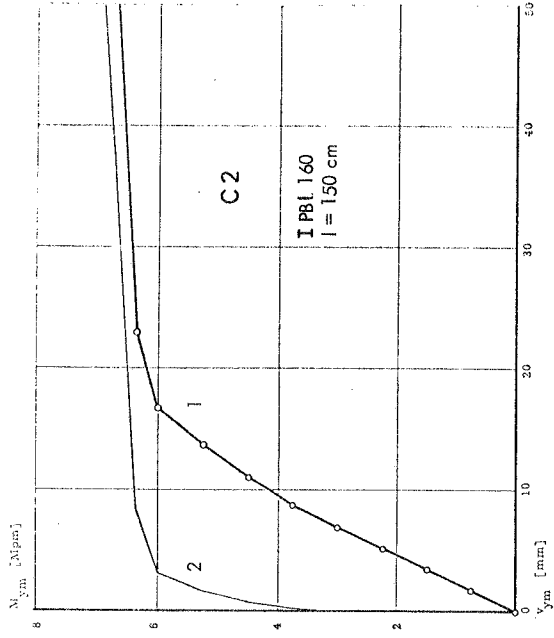
($M_T = \text{const.}$)



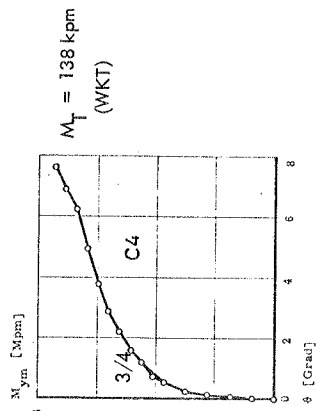
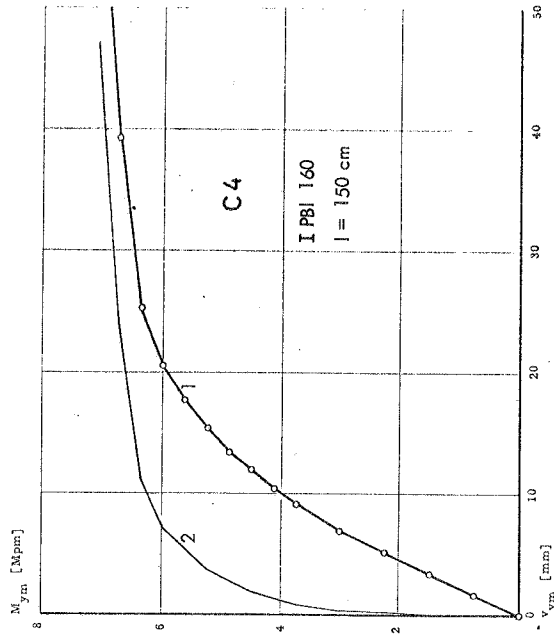
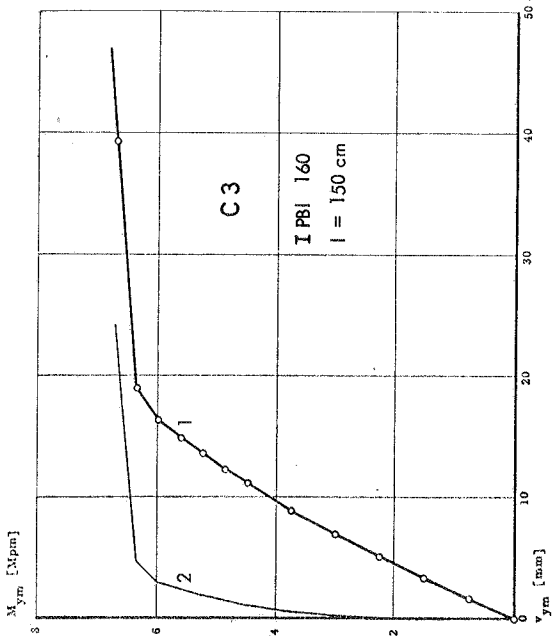
LAST-VERFORMUNGS-
DIAGRAMME FÜR DIE
VERSUCHE B 3 UND B 4
(M_T = const.)



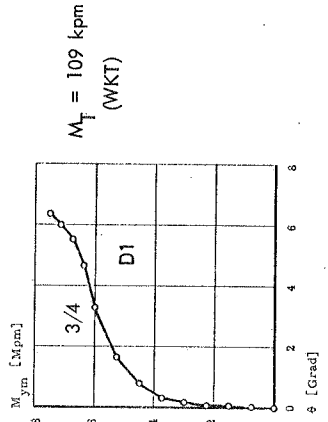
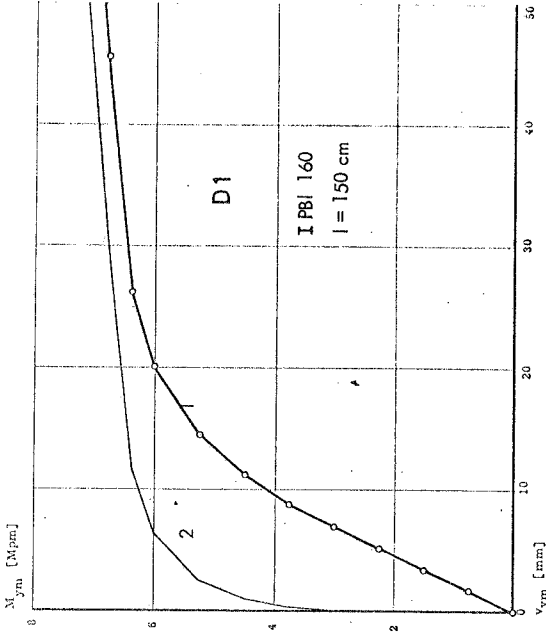
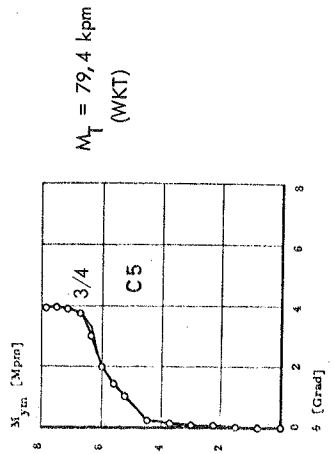
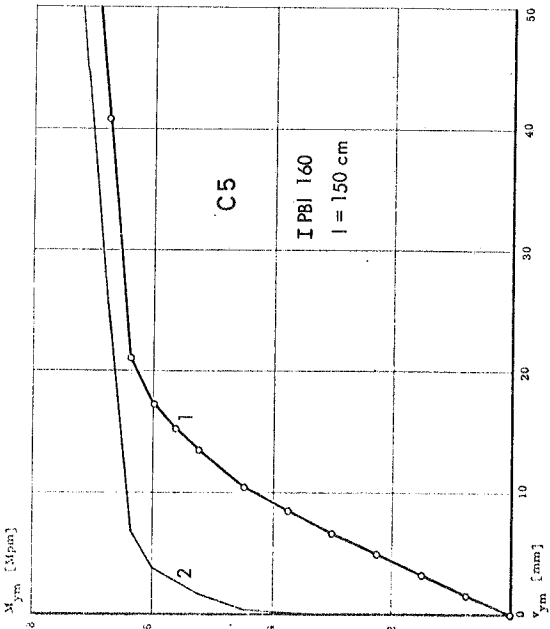
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH B5 ($M_T = \text{const.}$)



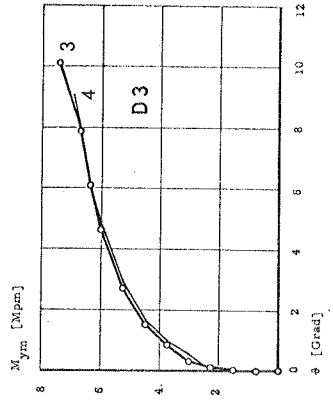
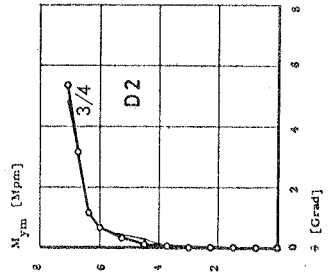
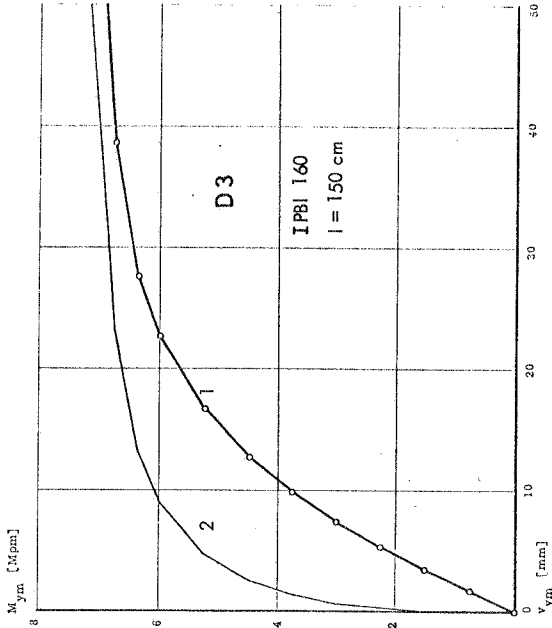
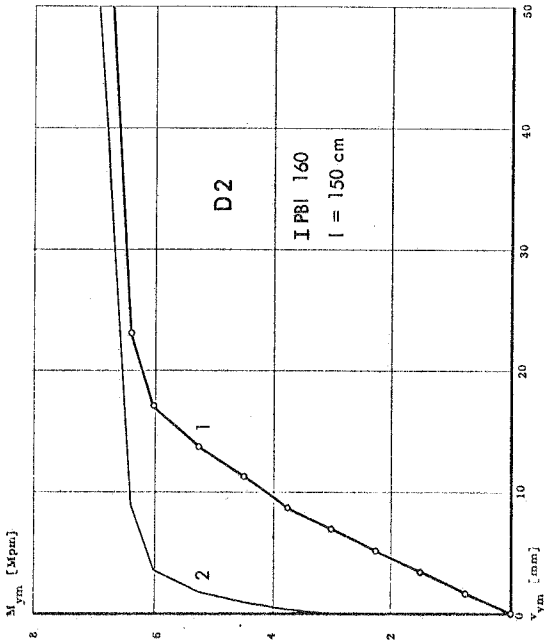
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE C 1 UND C 2 ($M_T = \text{const.}$)



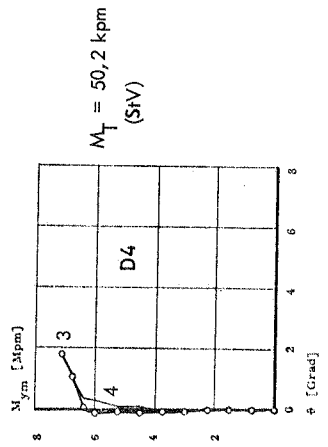
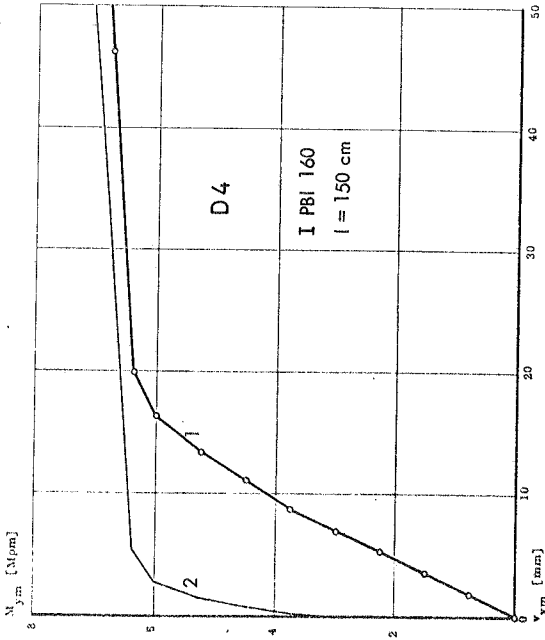
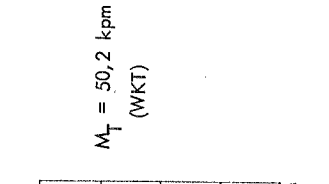
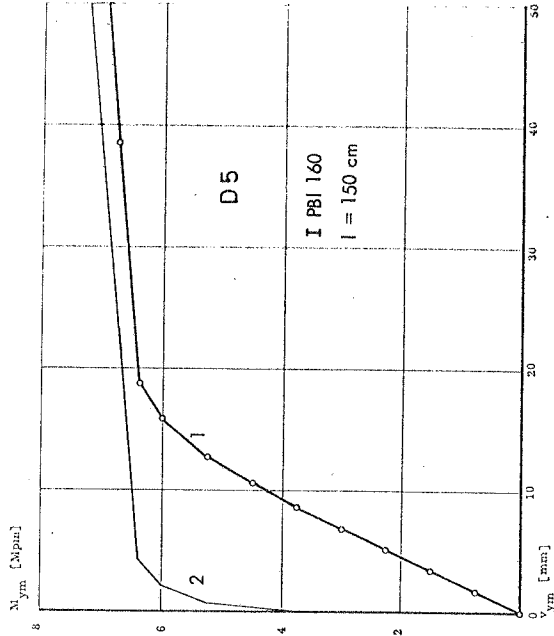
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE C 3 UND C 4 ($M_t = \text{const.}$)

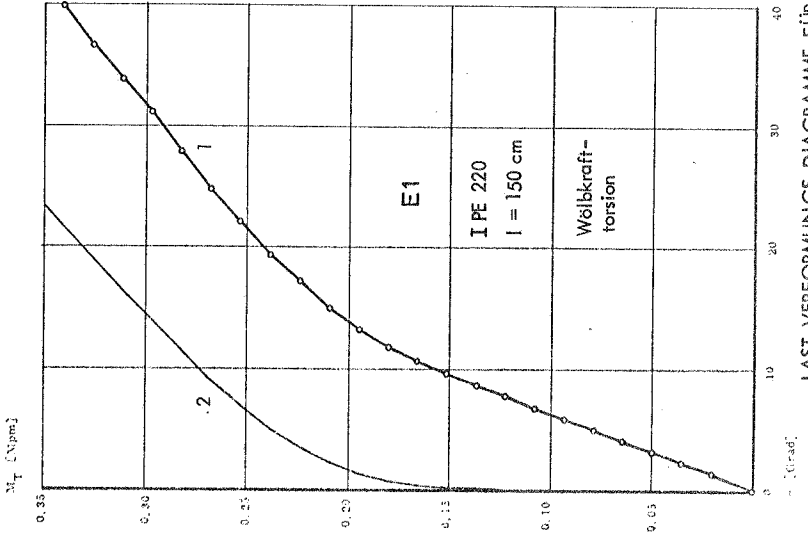
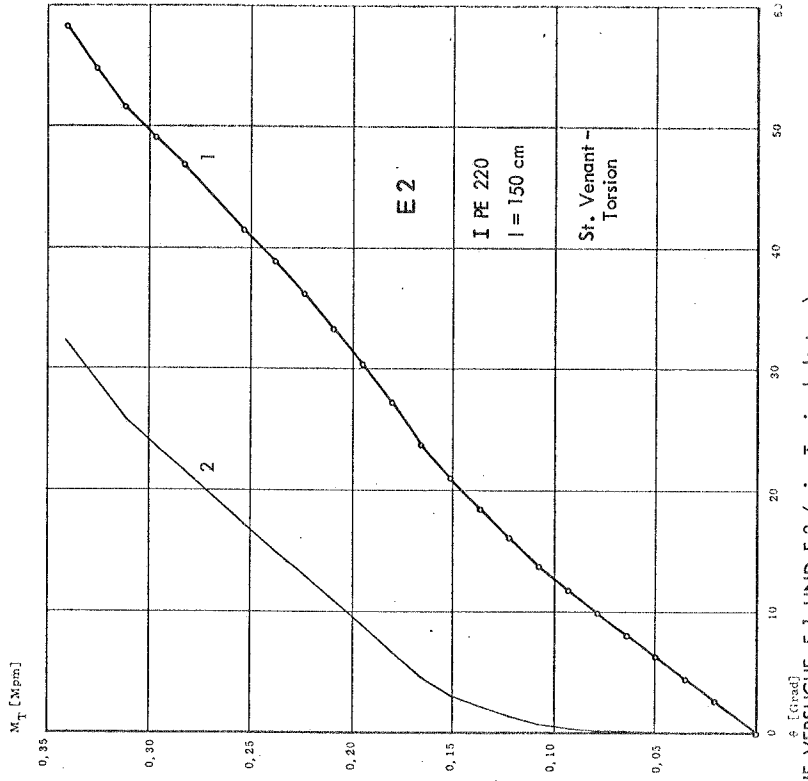


LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE C 5 UND D 1 ($M_{y_T} = \text{const.}$)



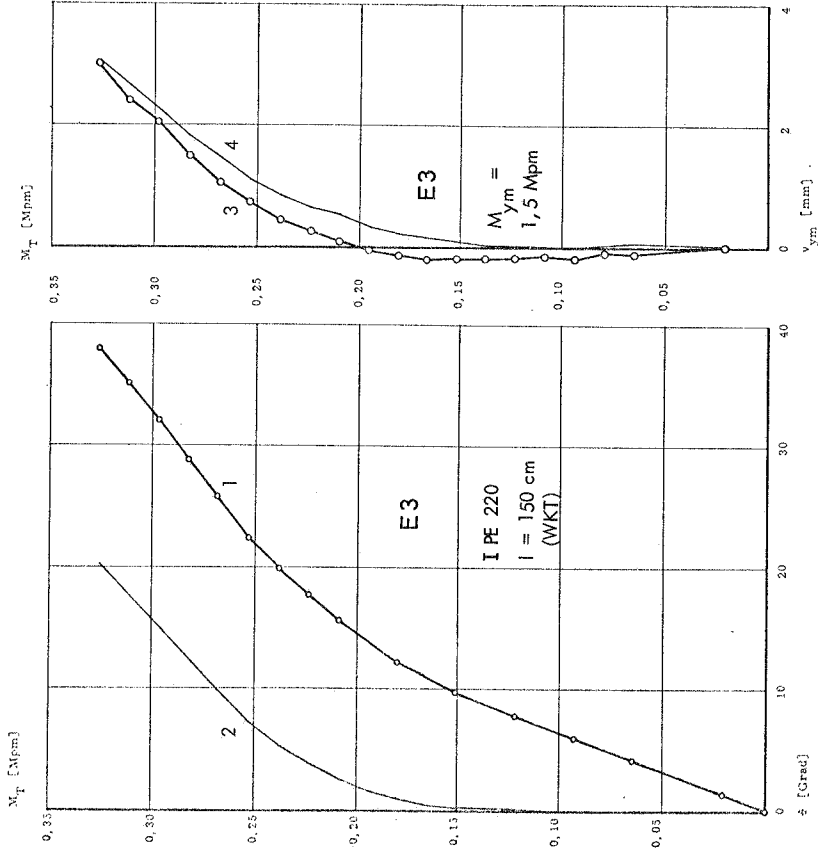
LASTVERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE D 2 UND D 3 ($M_T = \text{const.}$)



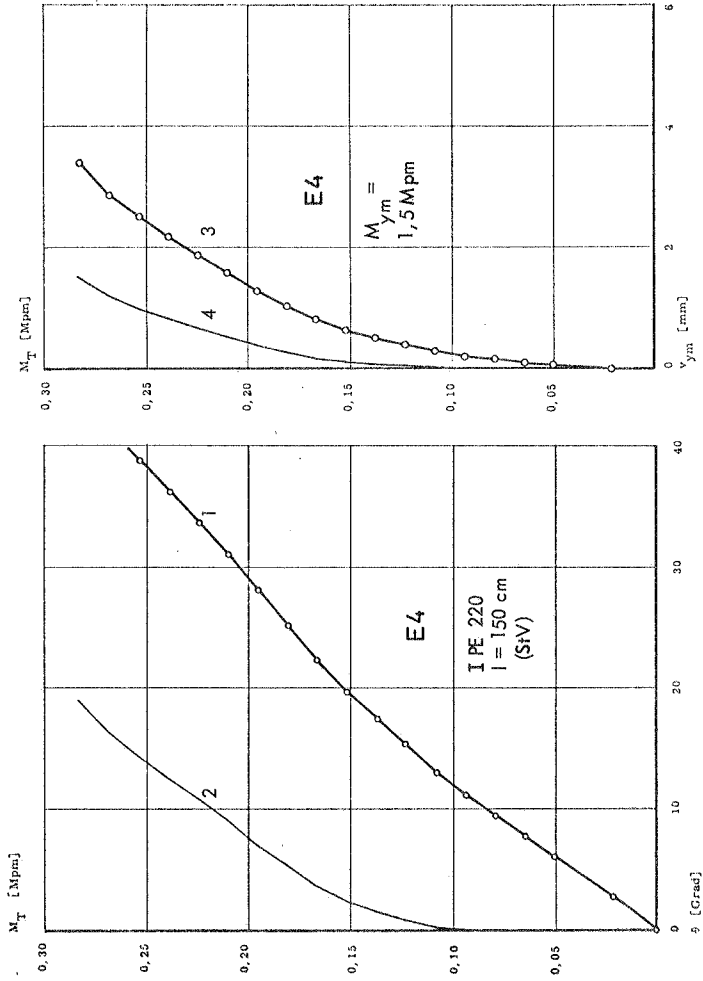


LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE E 1 UND E 2 (reine Torsionsbelastung)

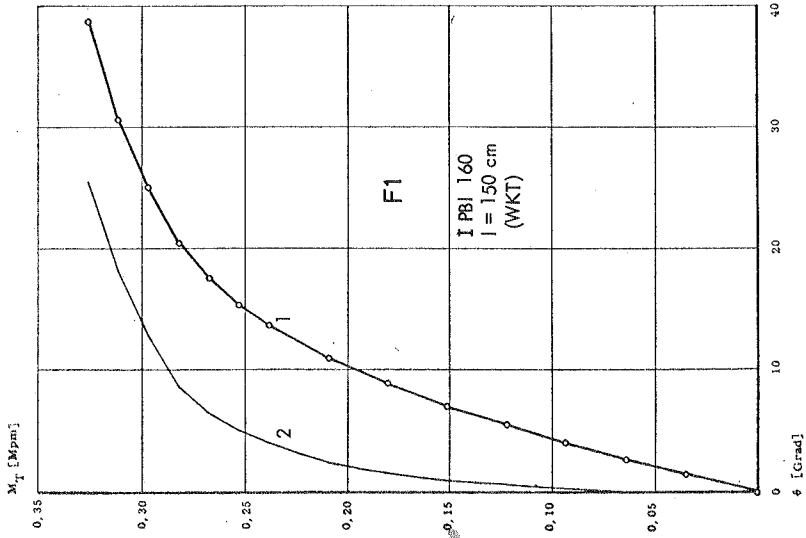
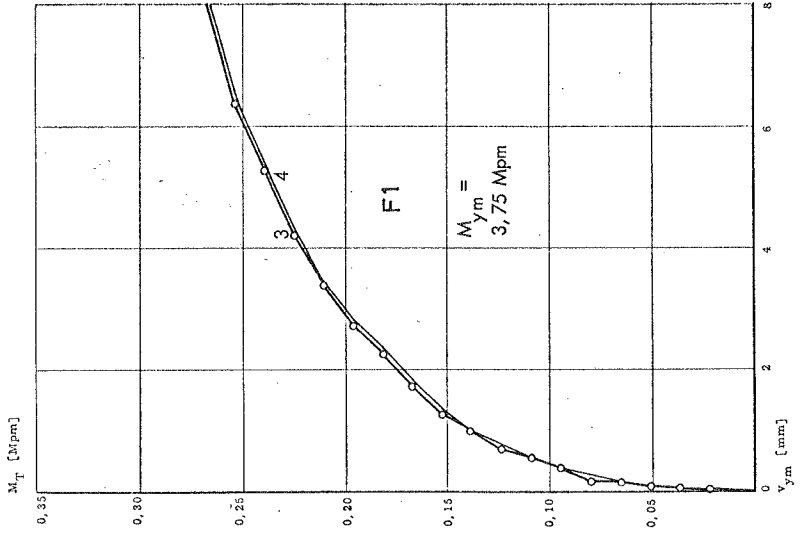
- 1 Gesamtverformung
- 2 bleibende Verformung
- 3 zusätzliche Verformung
- 4 bleibende Verformung



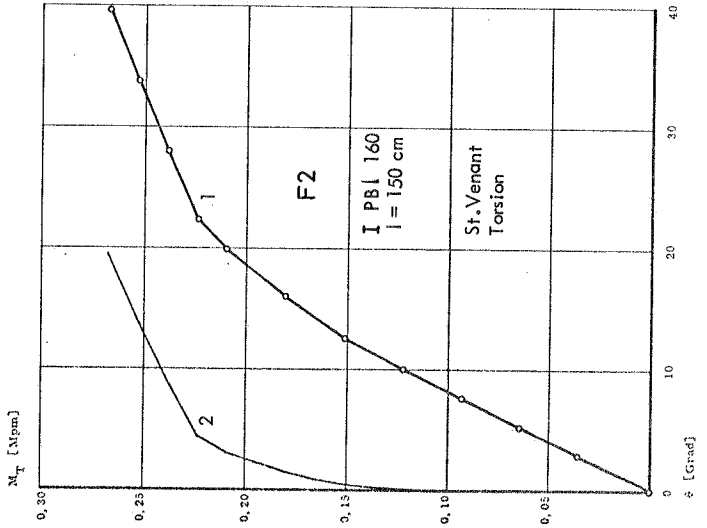
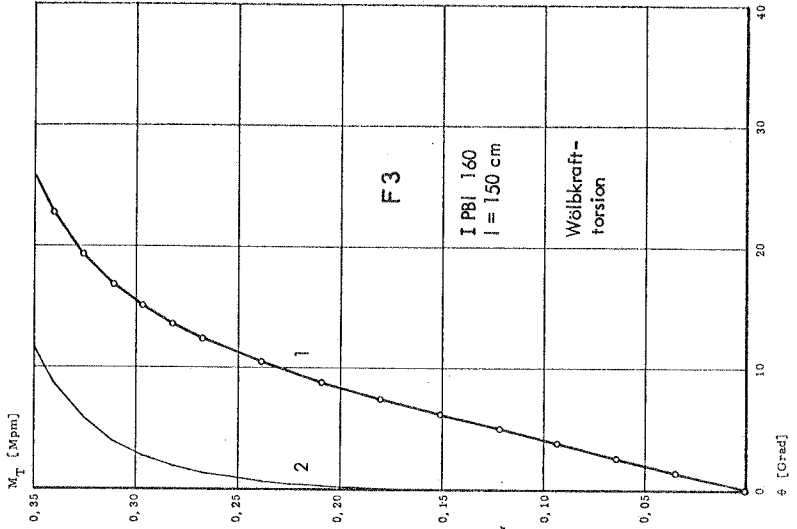
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH E 3 ($M_{y,m} = \text{const.}$)



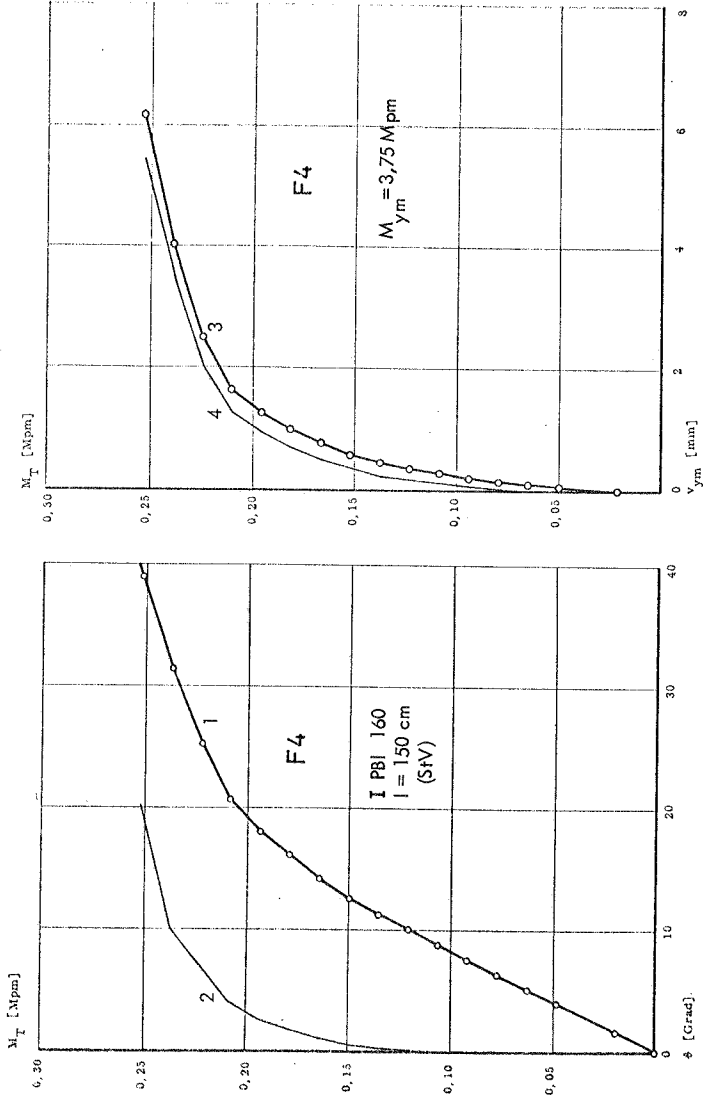
LAST-FORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH E 4 ($M_{y_m} = const.$)



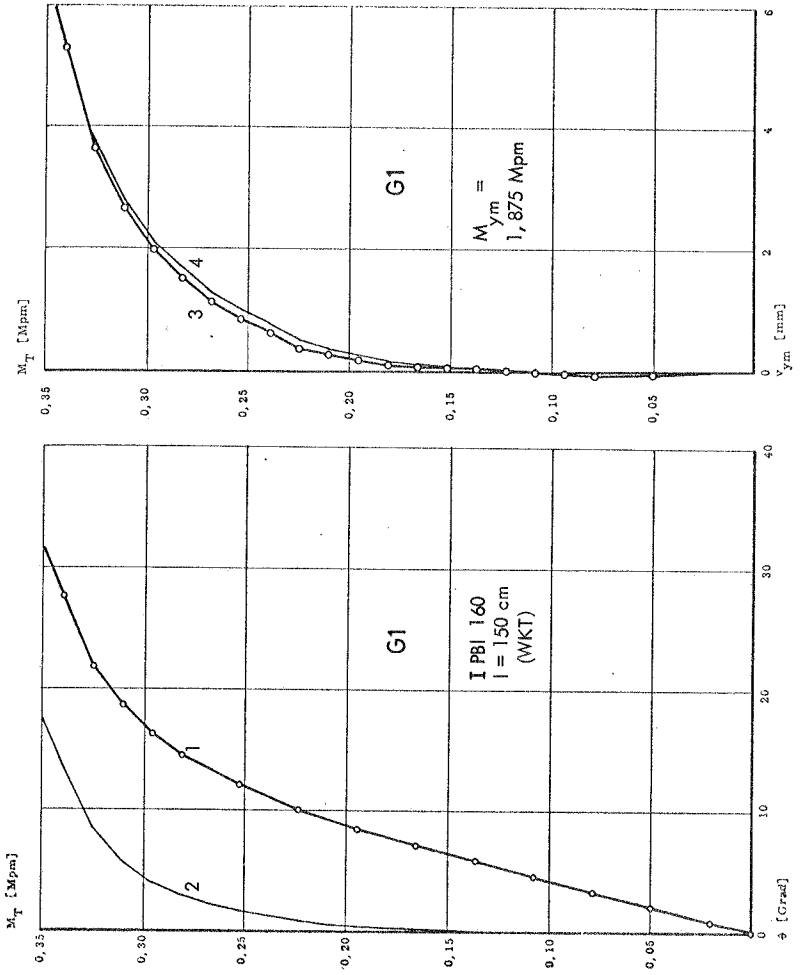
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH F 1 ($M_{y_m} = \text{const.}$)



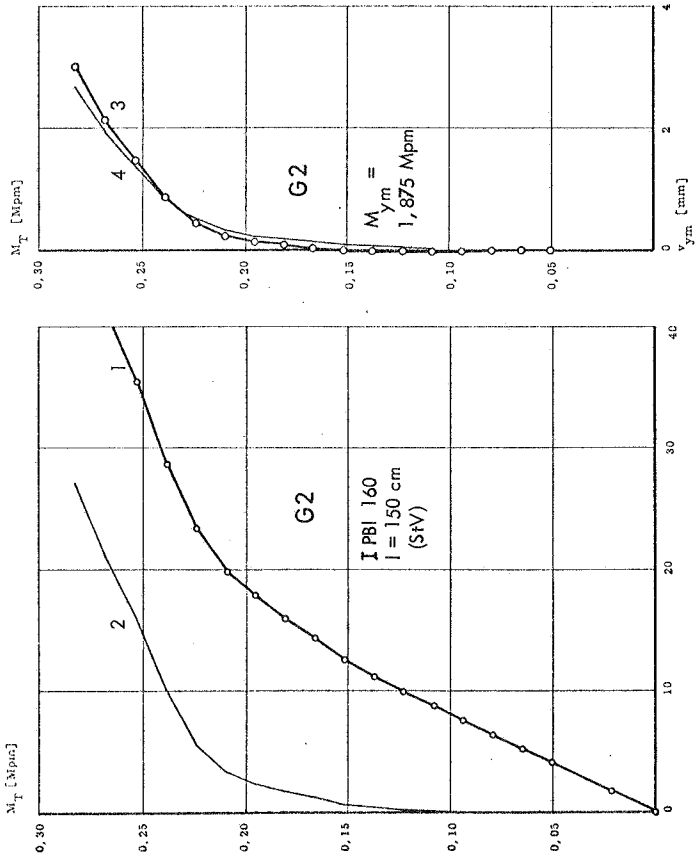
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DIE VERSUCHE F2 UND F3 (reine Torsion, $M_{y/m} = 0$)



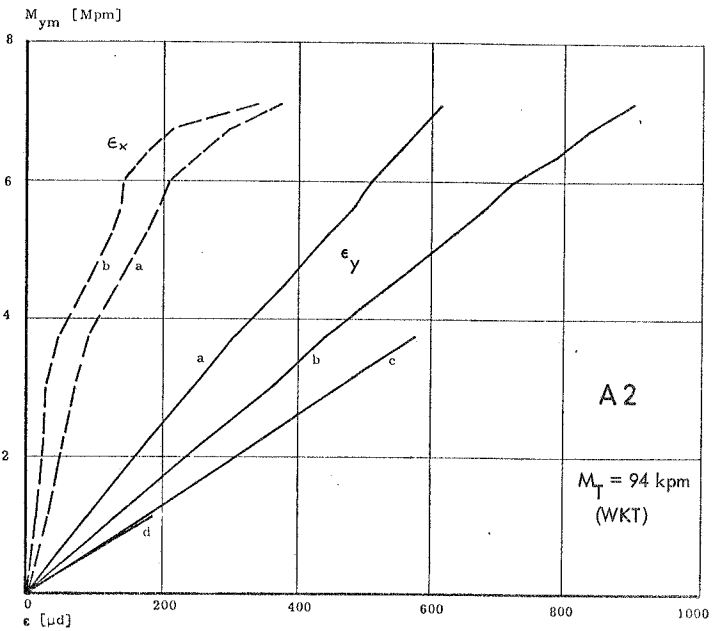
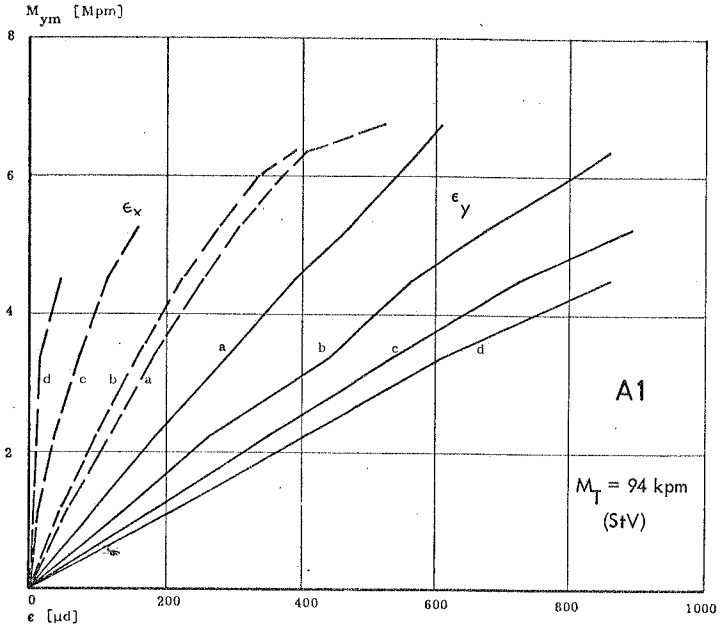
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH F 4 ($M_{ym} = \text{const.}$)



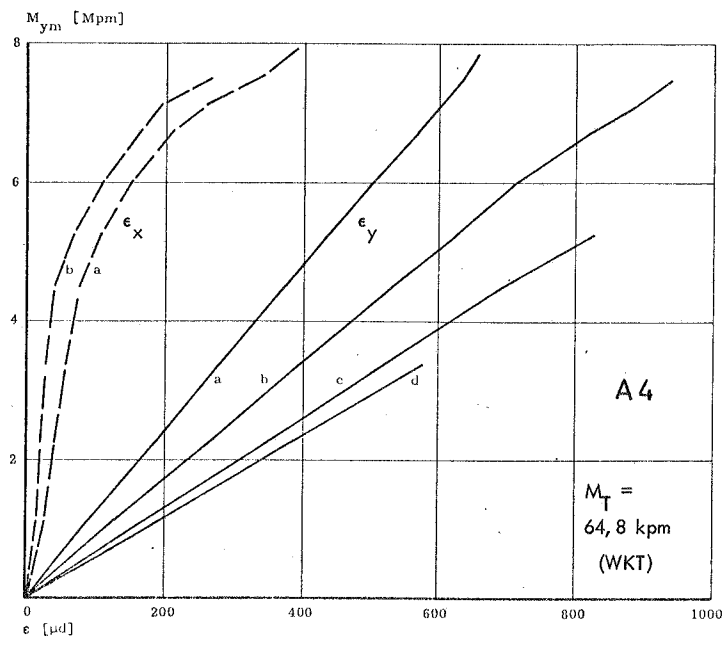
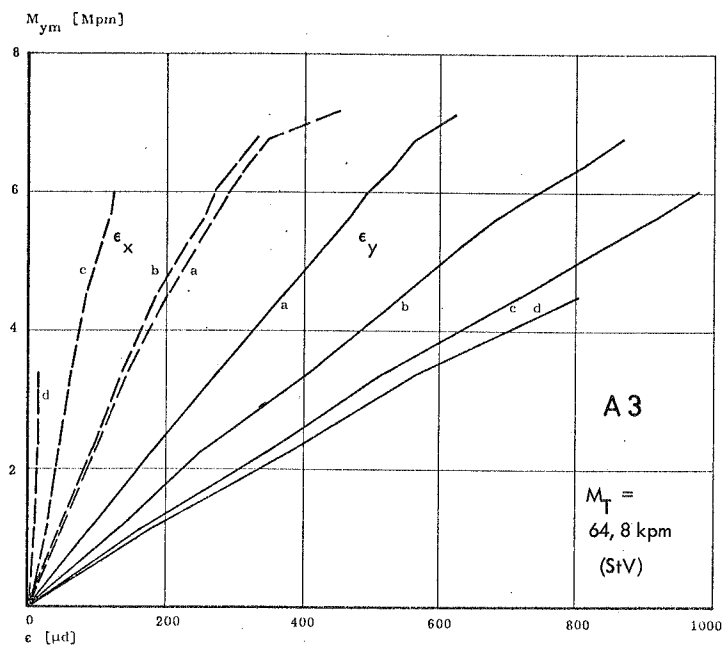
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH G1 ($M_{ym} = \text{const.}$)



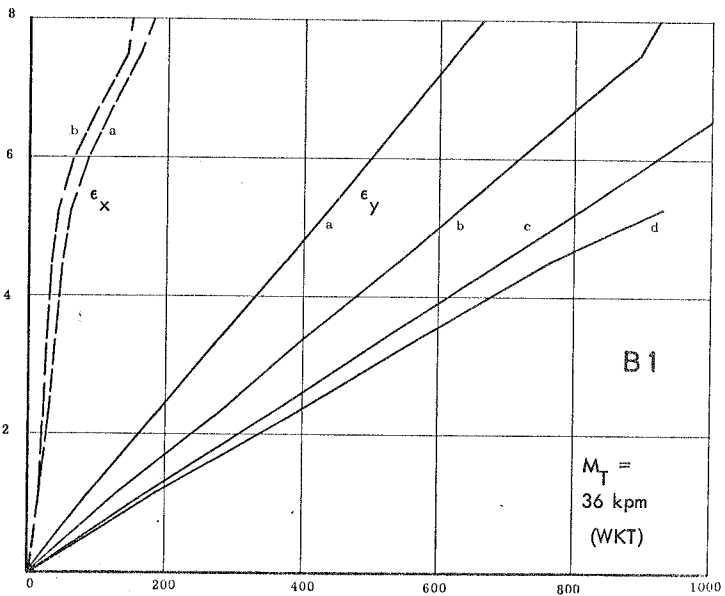
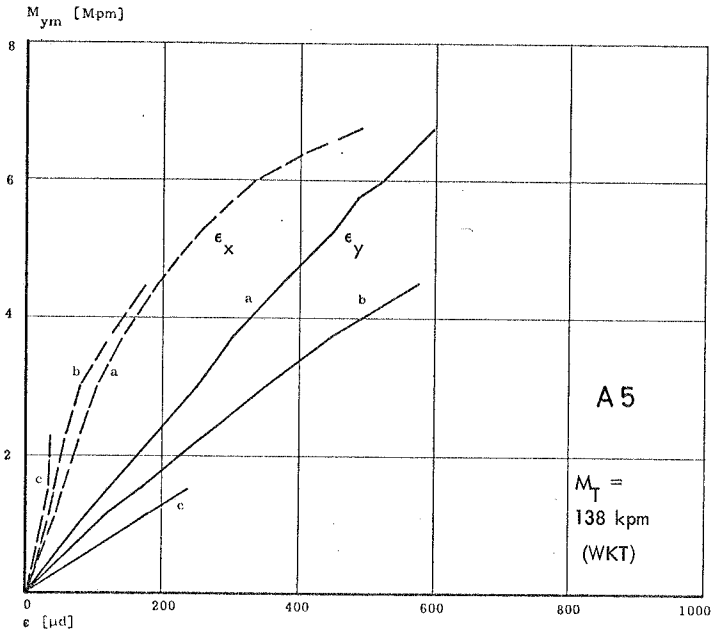
LAST-VERFORMUNGS-DIAGRAMME FÜR DEN VERSUCH G 2 ($M_{ym} = \text{const.}$)



ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_y und ϵ_x infolge M_y und M_x

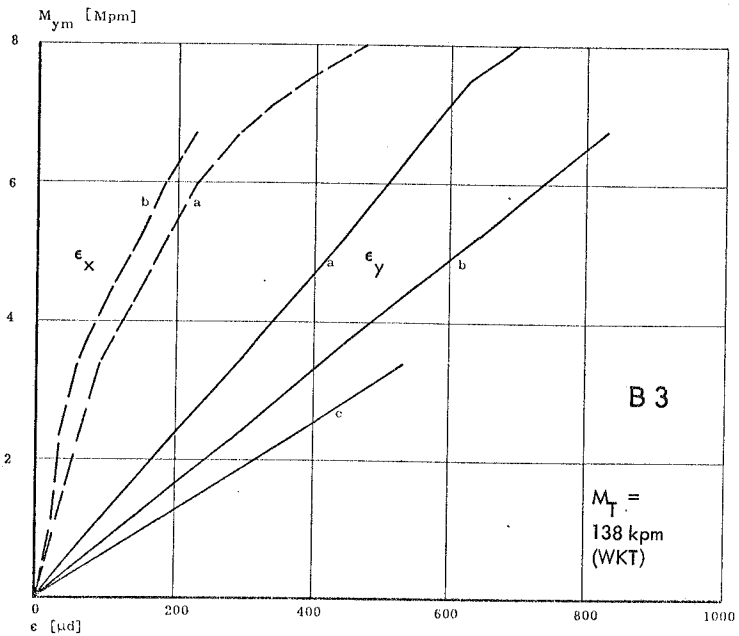
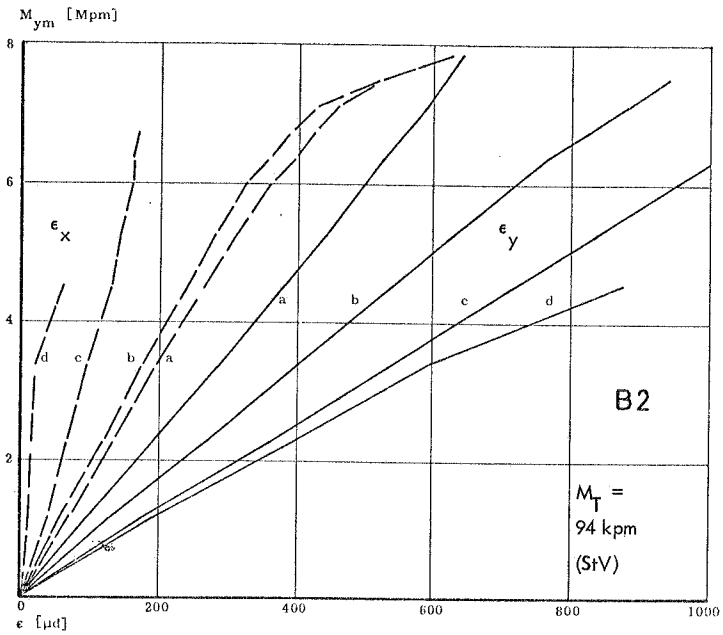


ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_y und ϵ_x infolge M_y und M_x



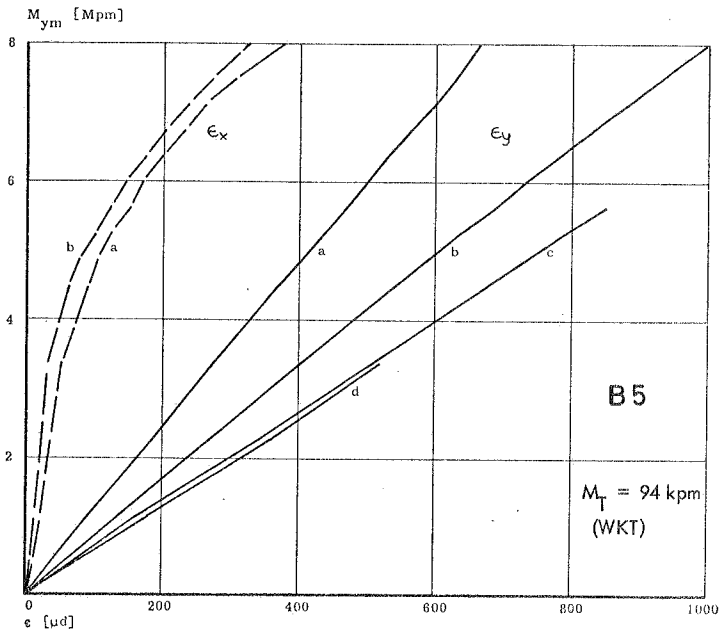
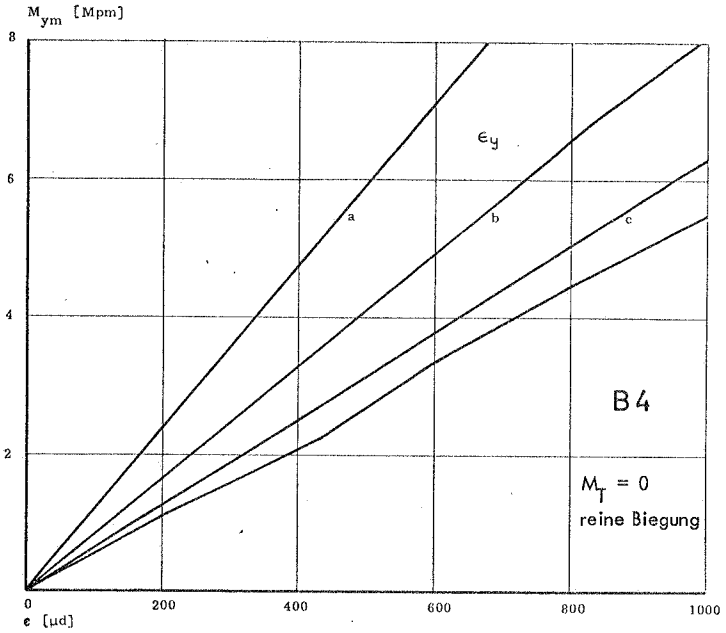
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)

Biegedehnungen ϵ_y und ϵ_x infolge M_y und M_x

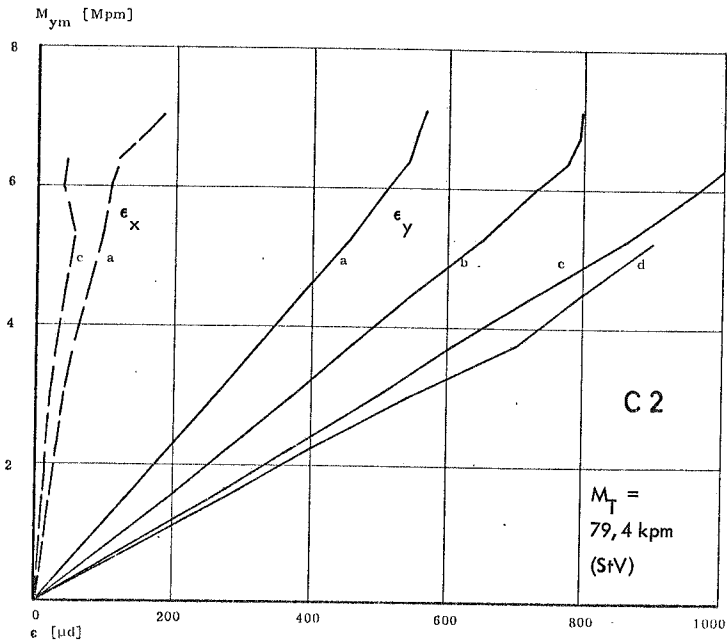
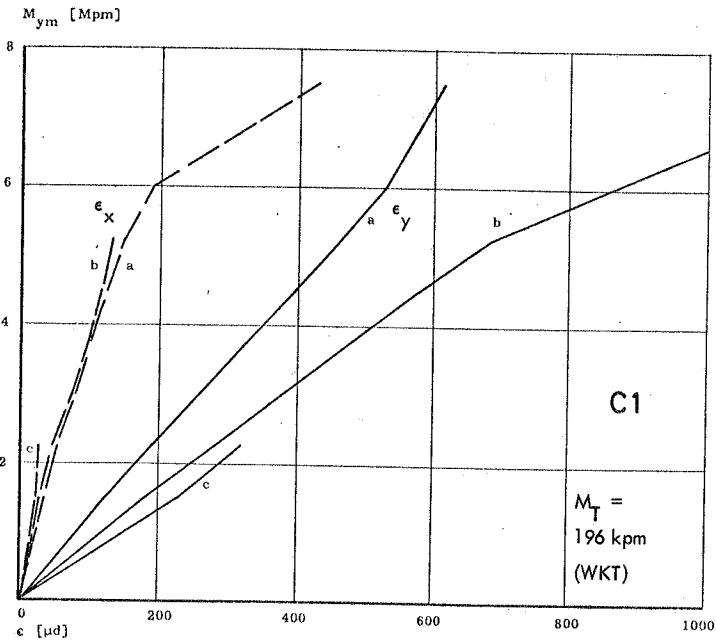


ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)

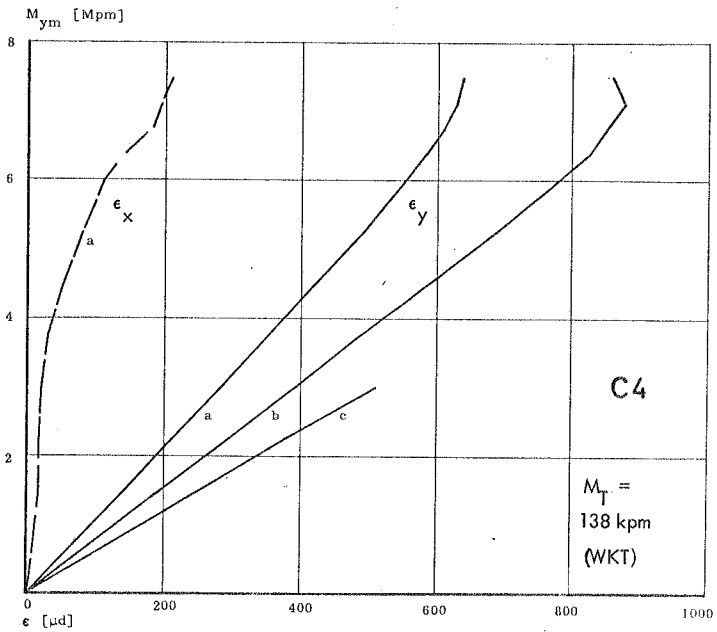
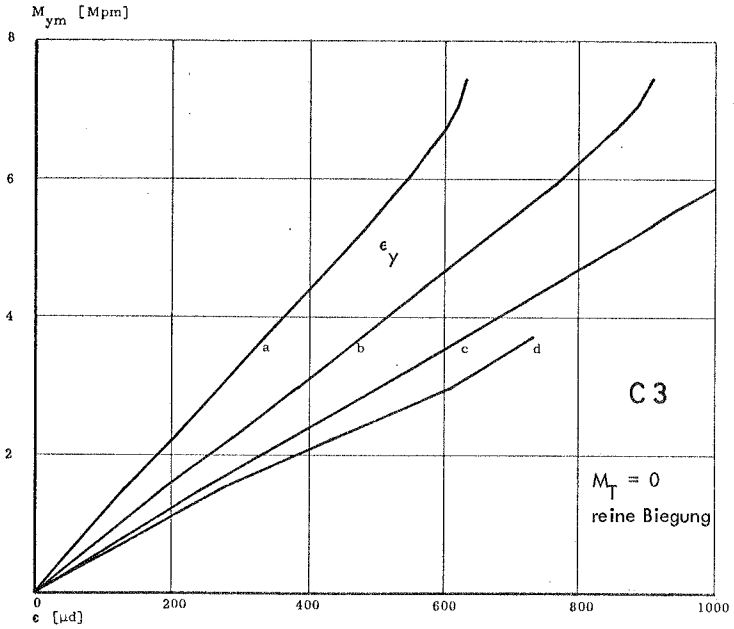
Biegedehnungen ϵ_y und ϵ_x infolge M_y und M_x



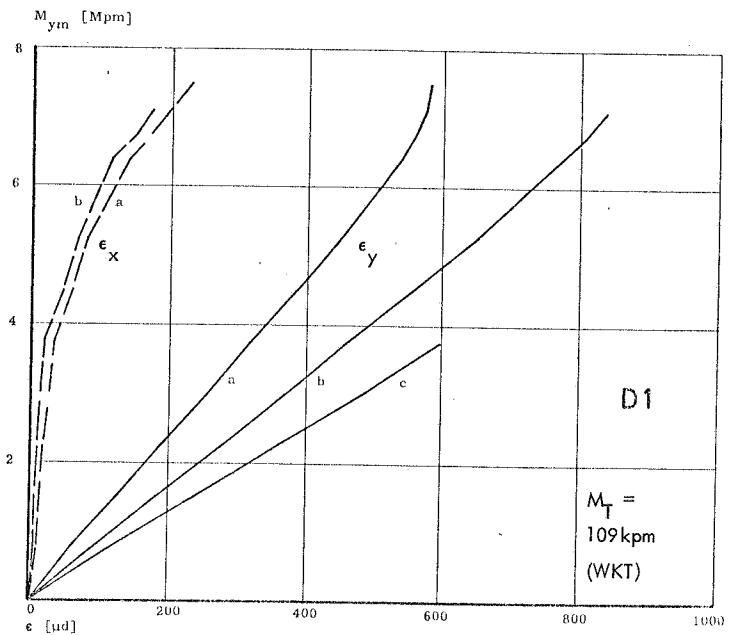
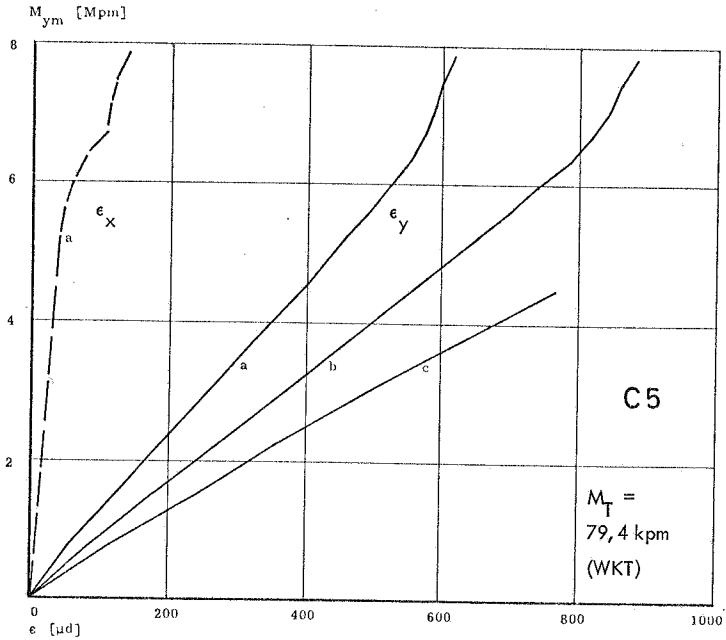
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
 Biegedehnungen ϵ_y und ϵ_x infolge M_y und M_x



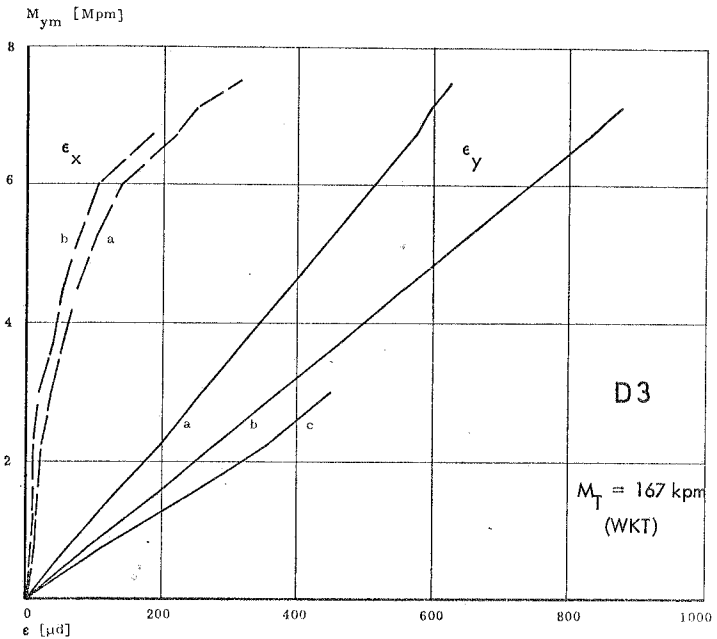
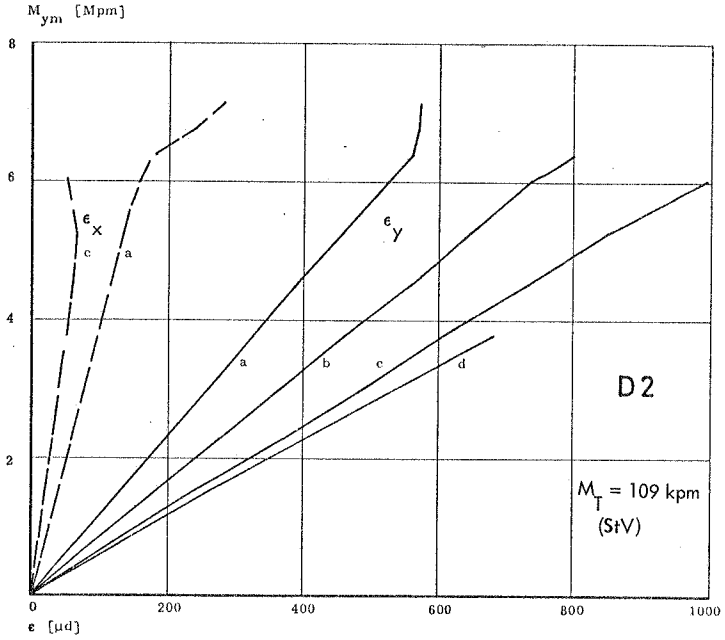
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_x und ϵ_y infolge M_x und M_y



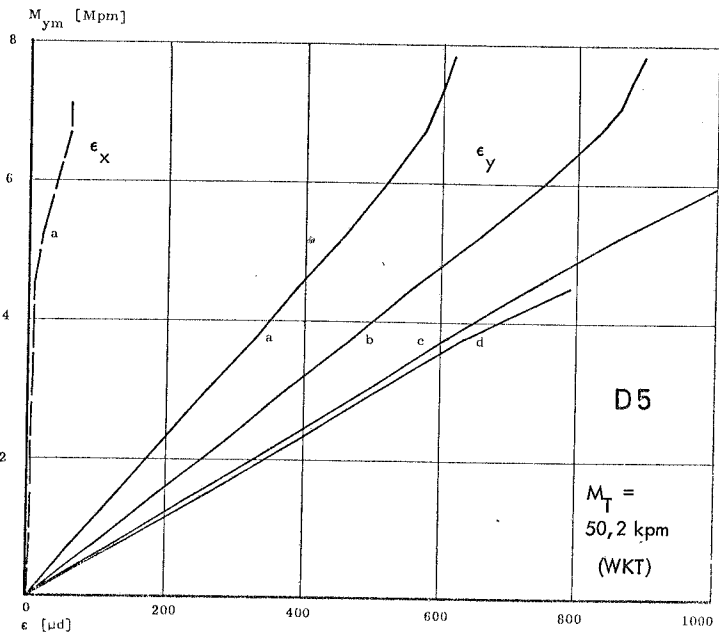
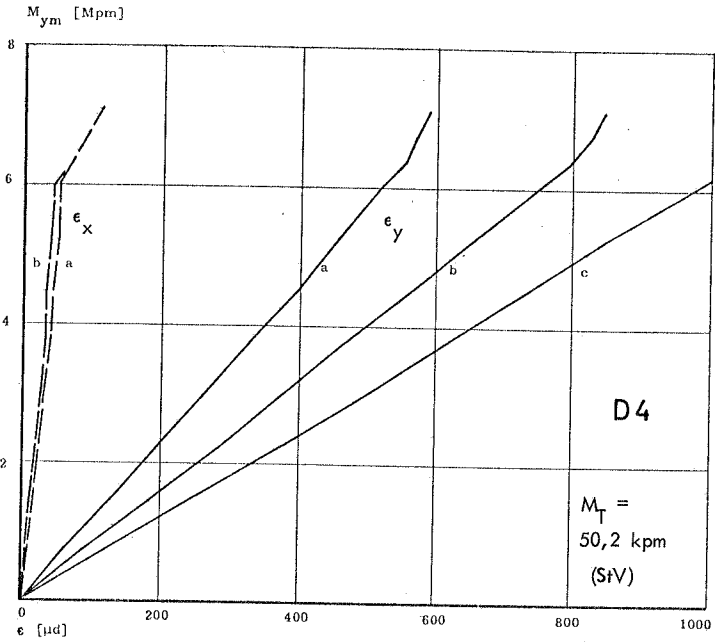
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_x und ϵ_y infolge M_x und M_y



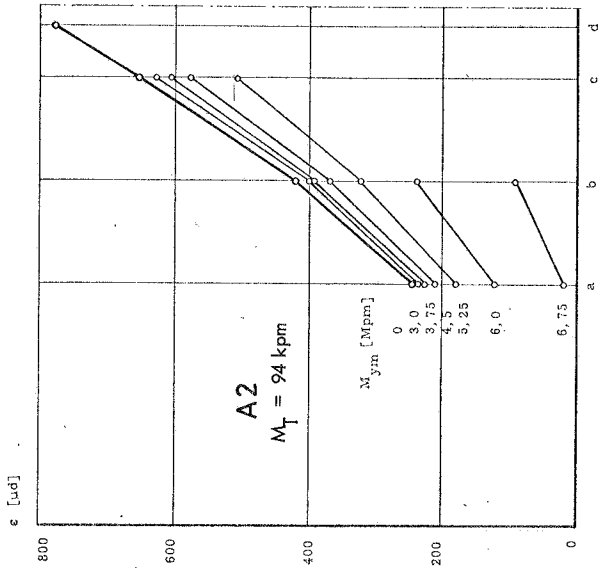
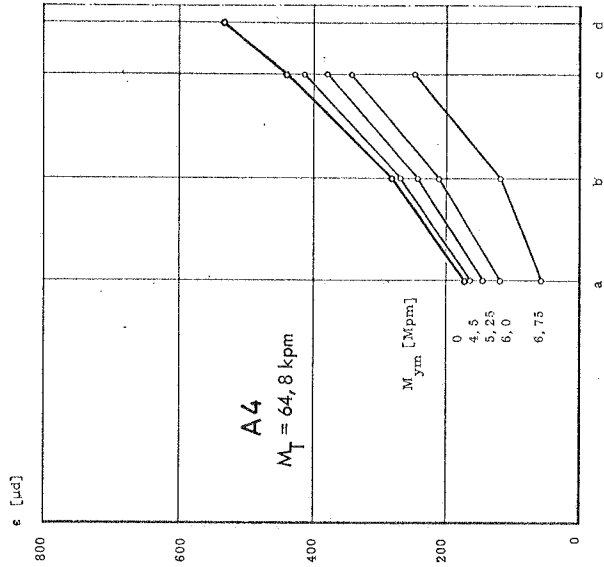
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_x und ϵ_y infolge M_x und M_y



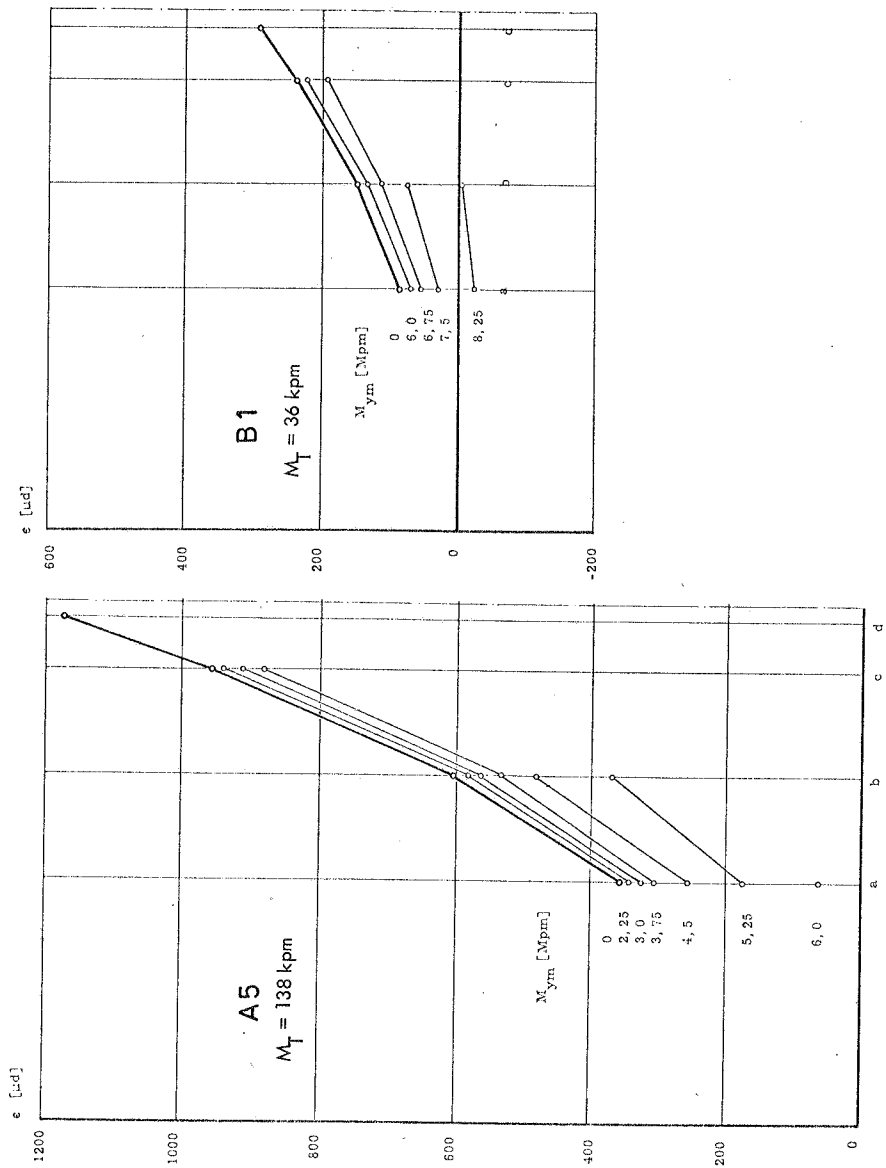
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_x und ϵ_y infolge M_x und M_y



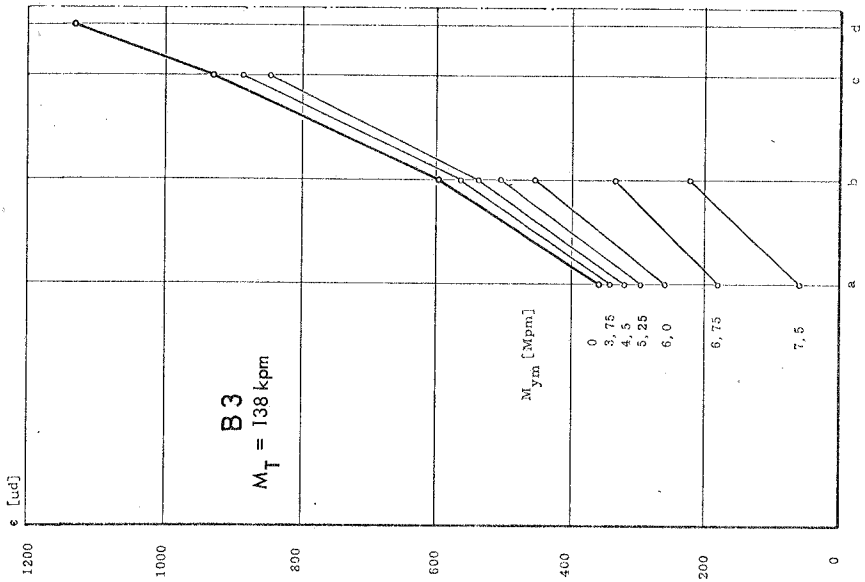
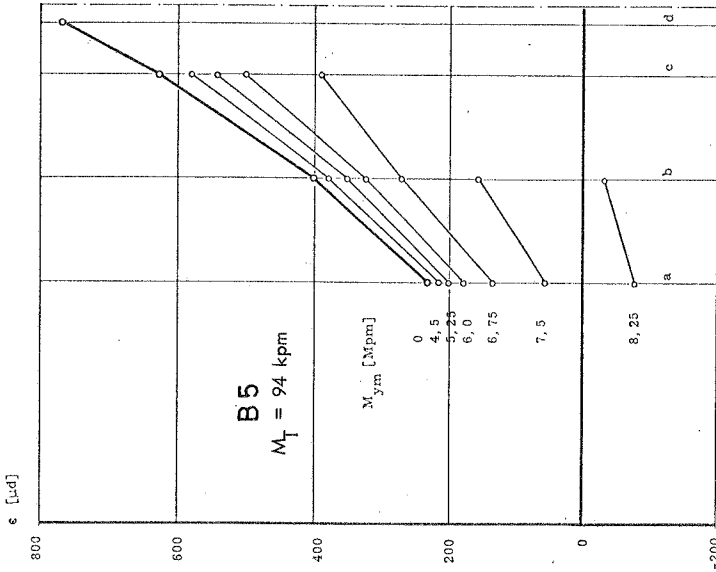
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_T = \text{const.}$)
Biegedehnungen ϵ_x und ϵ_y infolge M_x und M_y



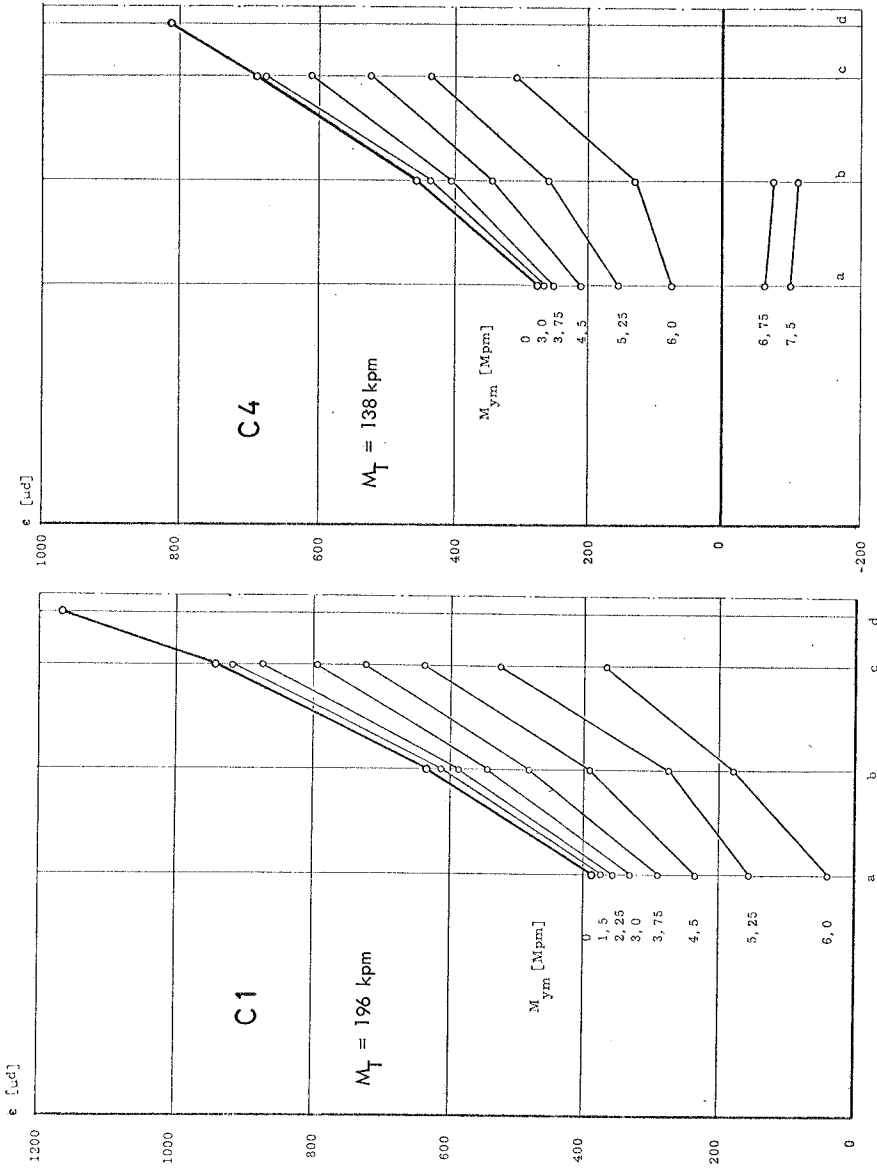
VERLAUF DER WÖLBBEHUNGEN ϵ_w IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZUSÄTZLICHEN BIEGEBELASTUNG



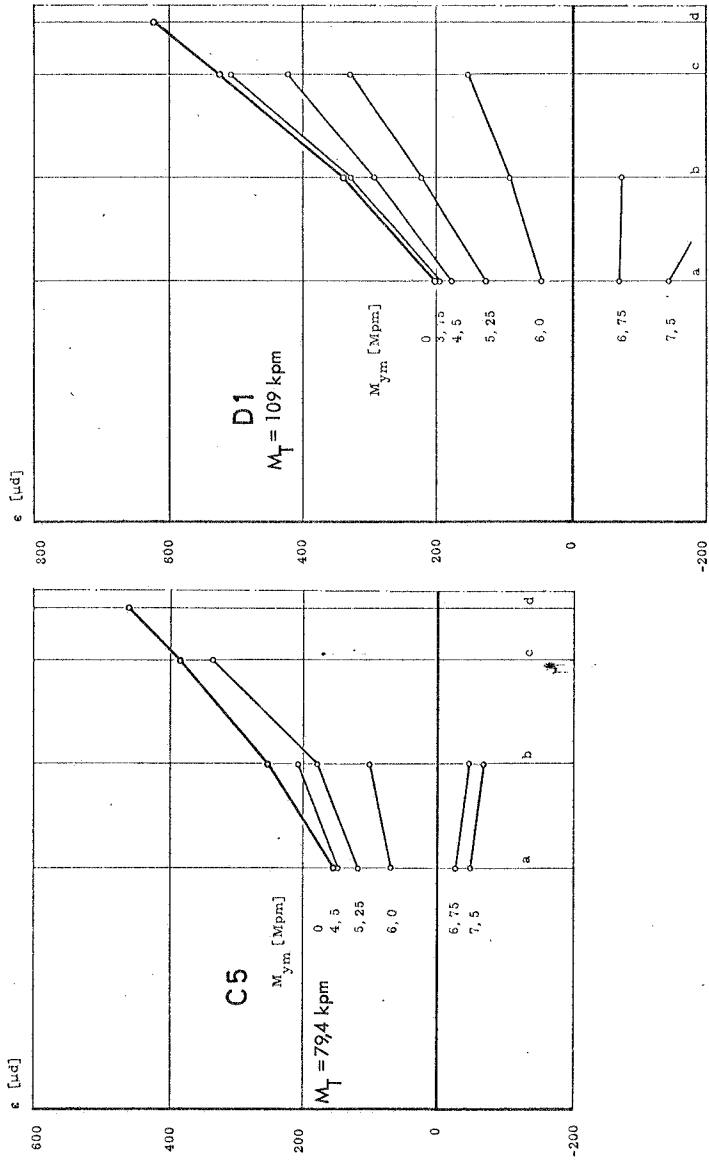
VERLAUF DER WÖLBBEHÜNGEN ϵ_w IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZUSÄTZLICHEN BIEGEBELASTUNG



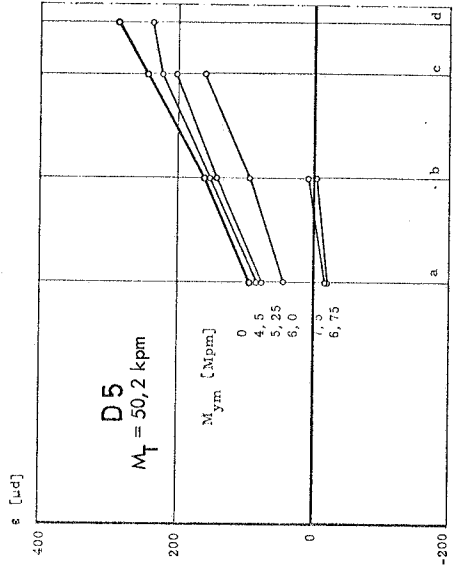
VERLAUF DER WÖLBDREHNUNGEN ϵ_w IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZUSÄTZLICHEN BIEGEBELASTUNG



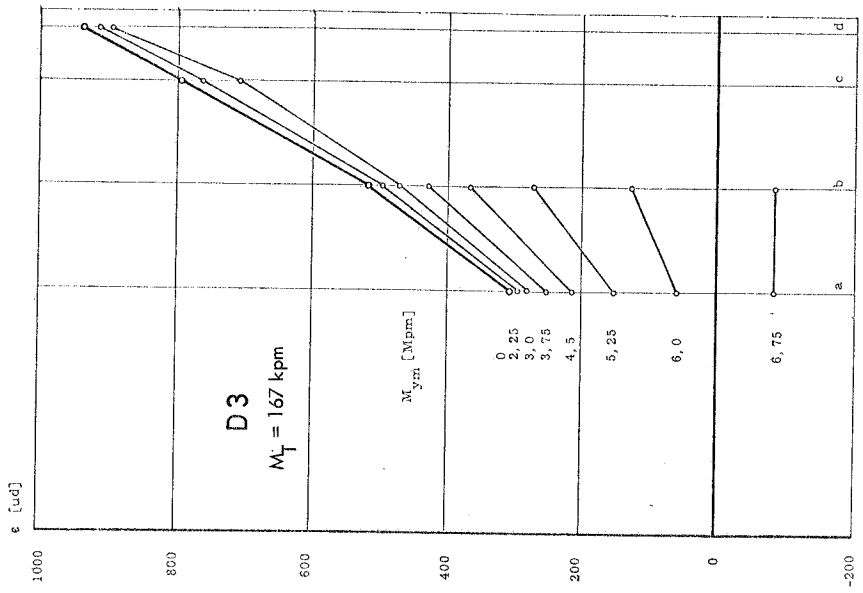
VERLAUF DER WÖLBDEHNUNGEN ϵ_w IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZUSÄTZLICHEN BIEGEBELASTUNG

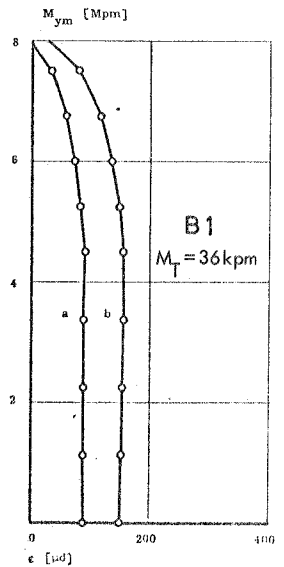
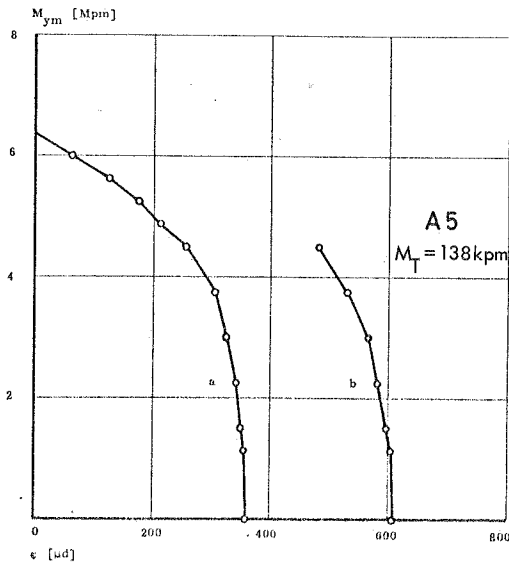
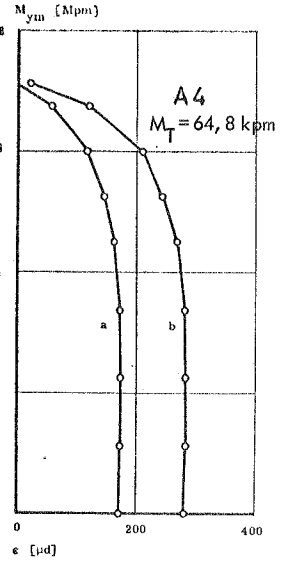
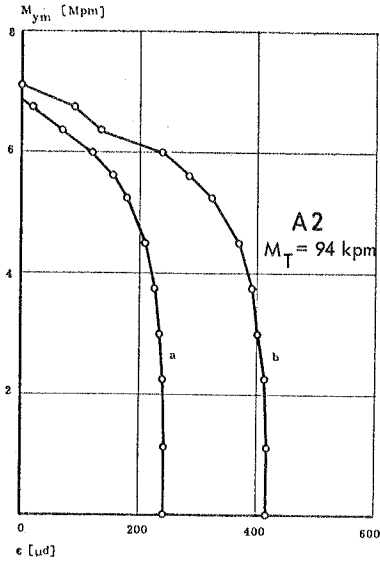


VERLAUF DER WÖLBDEHNUNGEN ϵ_w IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZUSÄTZLICHEN BIEGEBELASTUNG

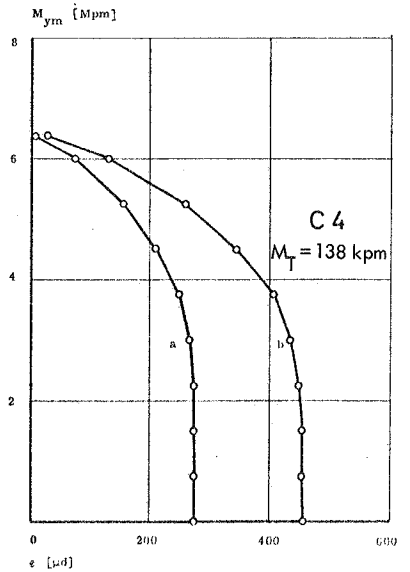
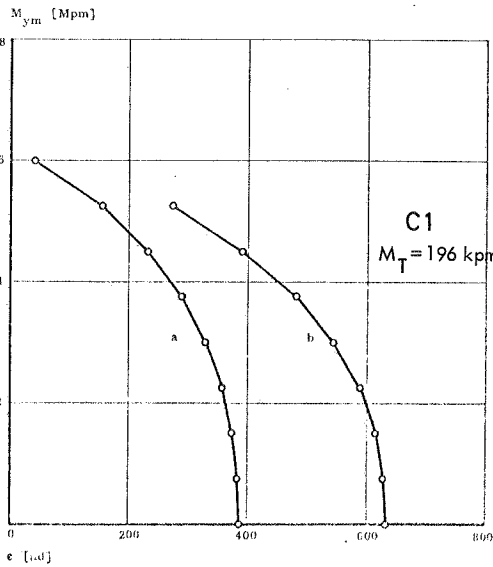
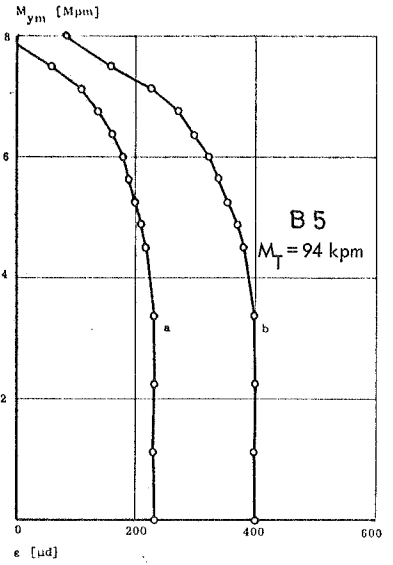
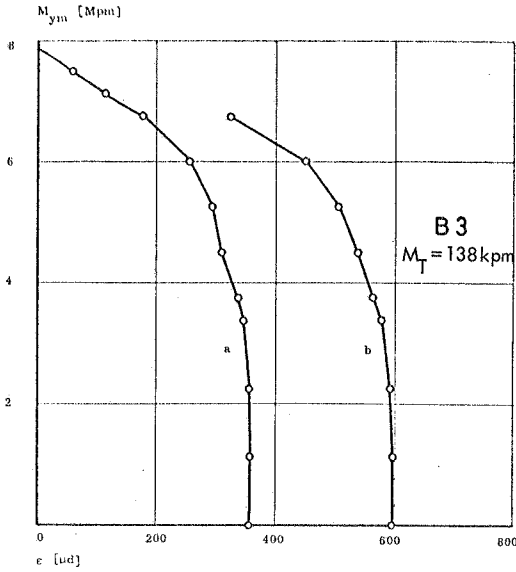


VERLAUF DER WÖLBDEHNUNGEN ϵ_w
 IN ABHÄNGIGKEIT VON DER ZUSÄTZLICHEN
 BIEGEBELASTUNG

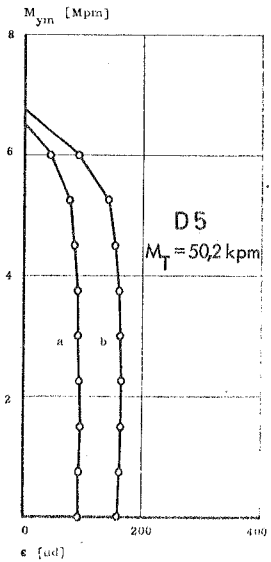
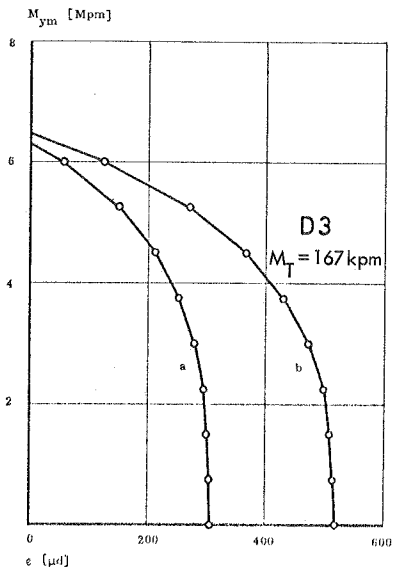
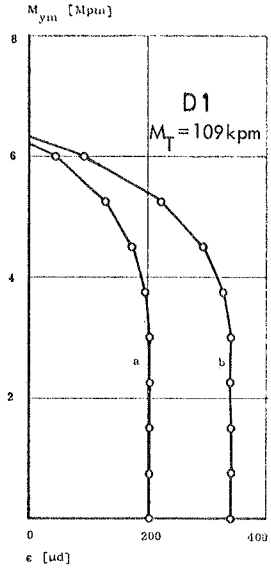
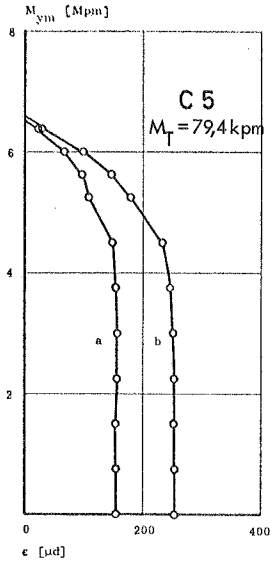




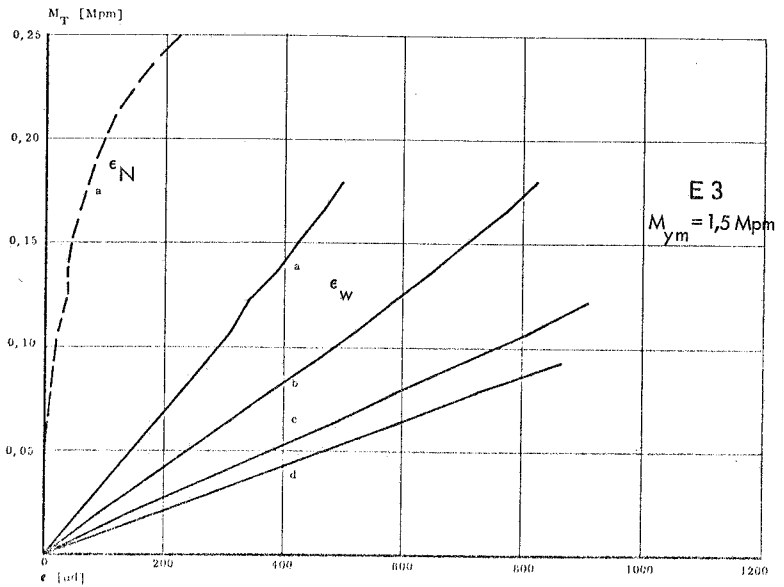
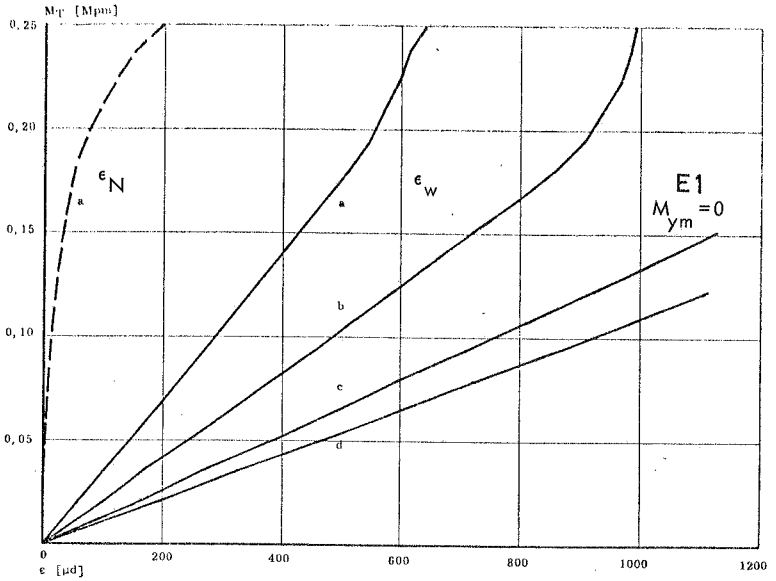
VERÄNDERUNG DER WÖLBDEHNUNGEN ϵ_w (MESSQUERSCHNITTE a UND b)
INFOLGE ZUSÄTZLICHER BIEGEBELASTUNG



VERÄNDERUNG DER WÖLBBEHNUNGEN ϵ_w (MESSQUERSCHNITTE a UND b) INFOLGE ZUSÄTZLICHER BIEGEBELASTUNG

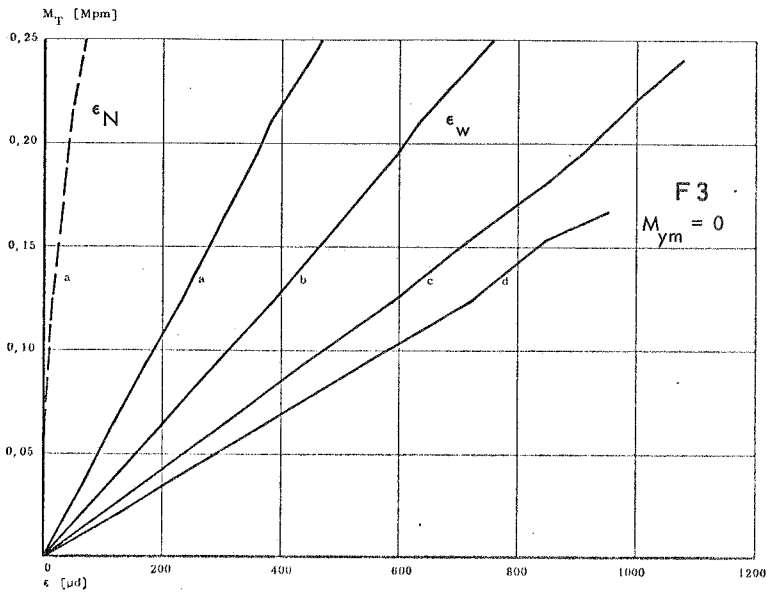
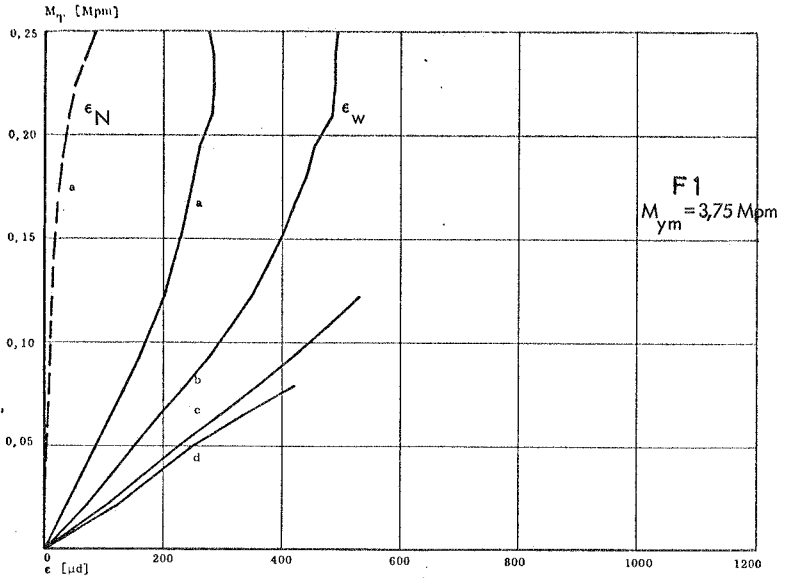


VERÄNDERUNG DER WÖLBDEHNUNGEN ϵ_w (MESSQUERSCHNITTE a UND b) INFOLGE ZUSÄTZLICHER BIEGEBELASTUNG



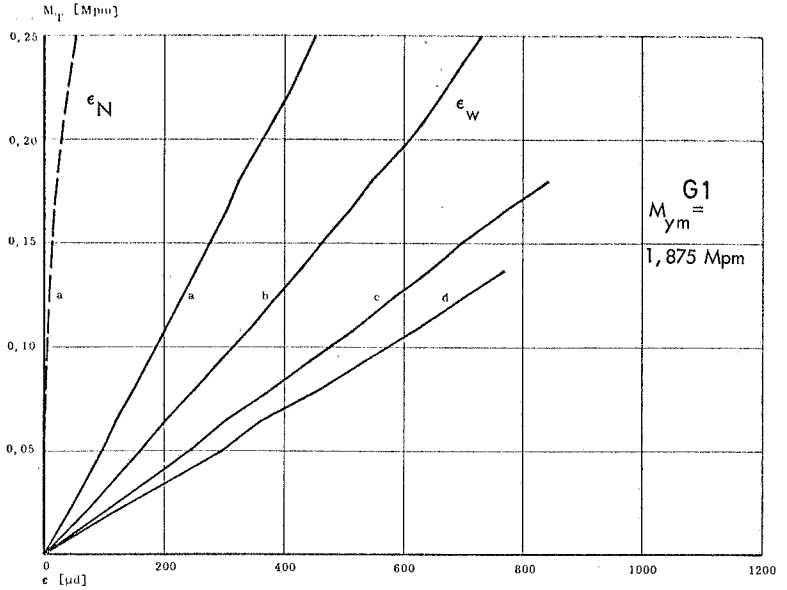
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{ym} = \text{const.}$, WKT)

Wölbdehnungen ϵ_W infolge M_W , ϵ_N infolge M_T^K (Schraublinienseffekt)



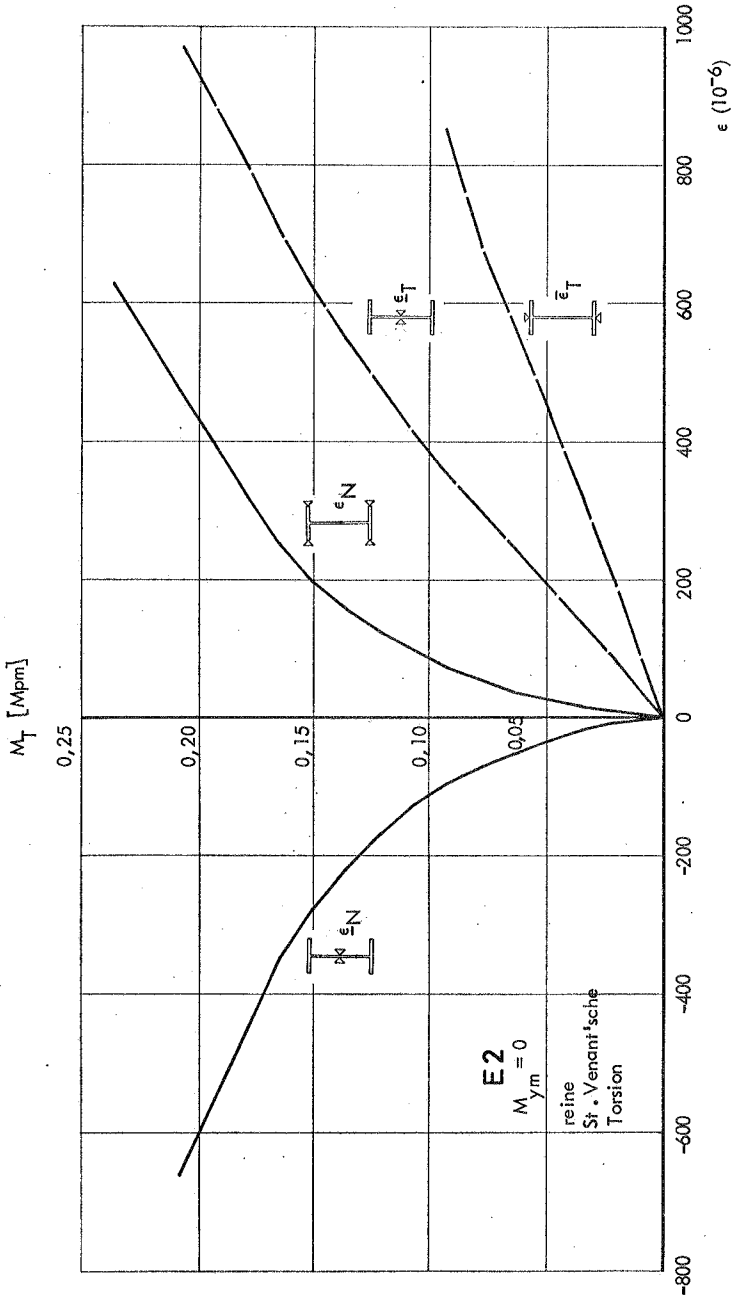
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{ym} = const.$, WKT)

Wölbdehnungen ϵ_w infolge M_w , ϵ_N infolge M_T^K (Schraublinienseffekt)



ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{ym} = \text{const.}$, WKT)

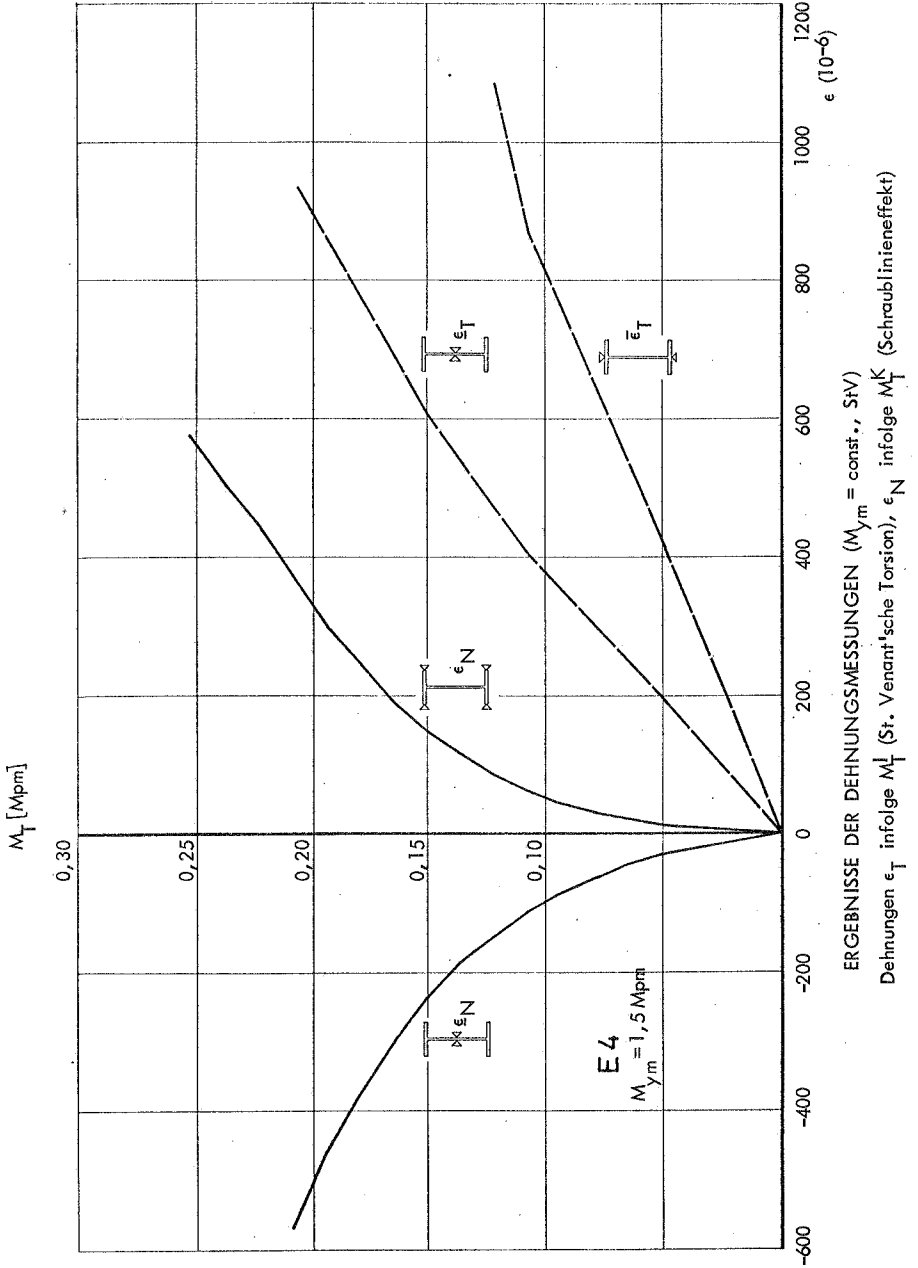
Wölbdehnungen ϵ_w infolge M_w , ϵ_N infolge M_T^K (Schraublinieneffekt)

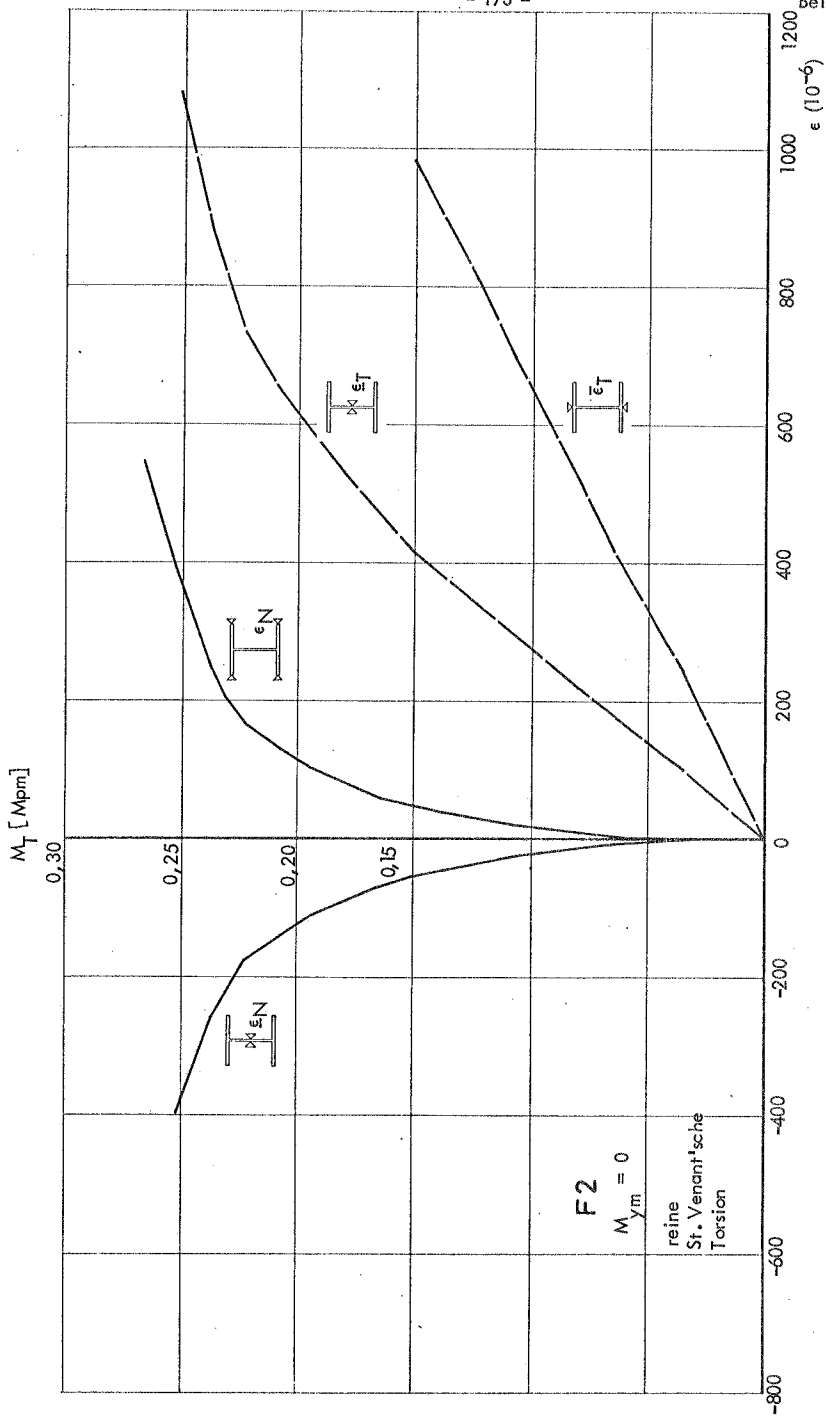


E2
 $M_{ym} = 0$

reine
 St. Venant'sche
 Torsion

ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{ym} = 0$, StV)
 Dehnungen ϵ_T infolge M_T^I (St. Venant'sche Torsion), ϵ_N infolge M_T^K (Schraublinieneffekt)

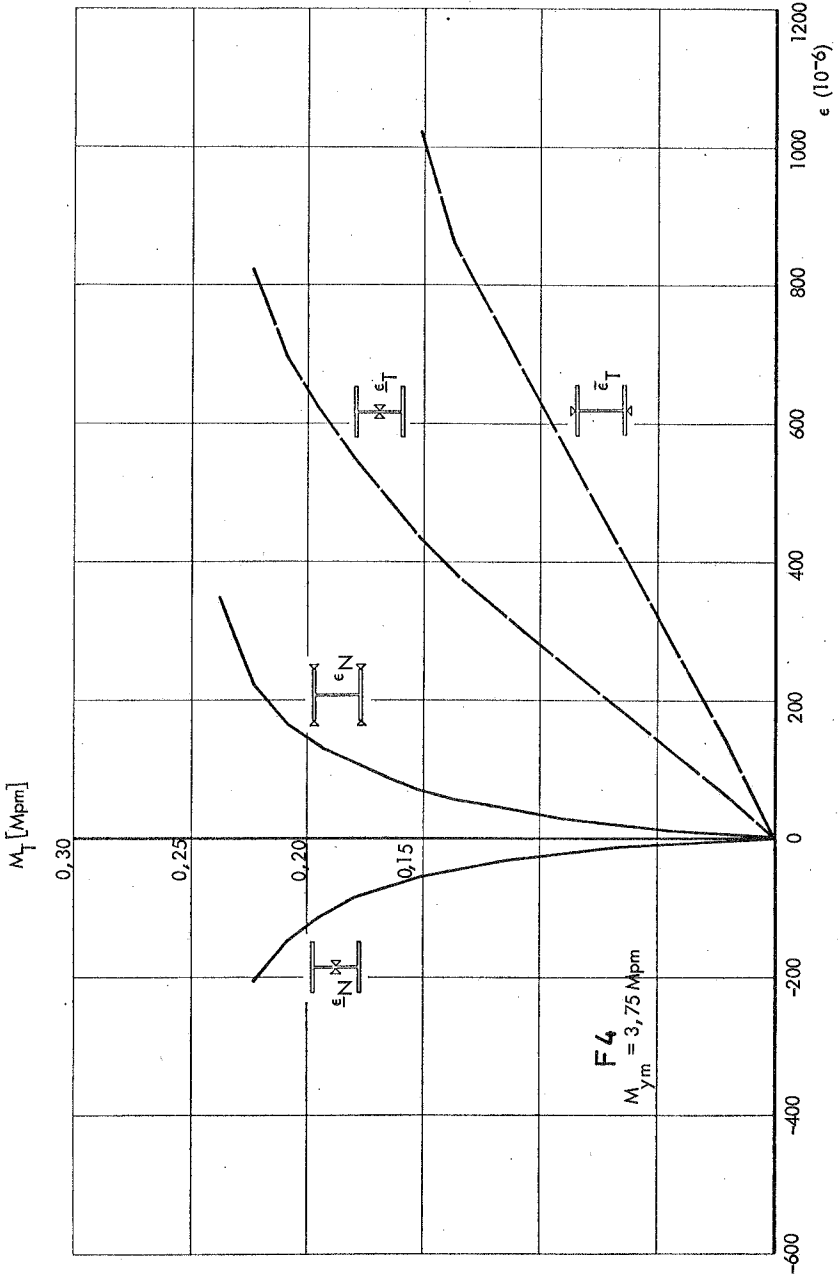




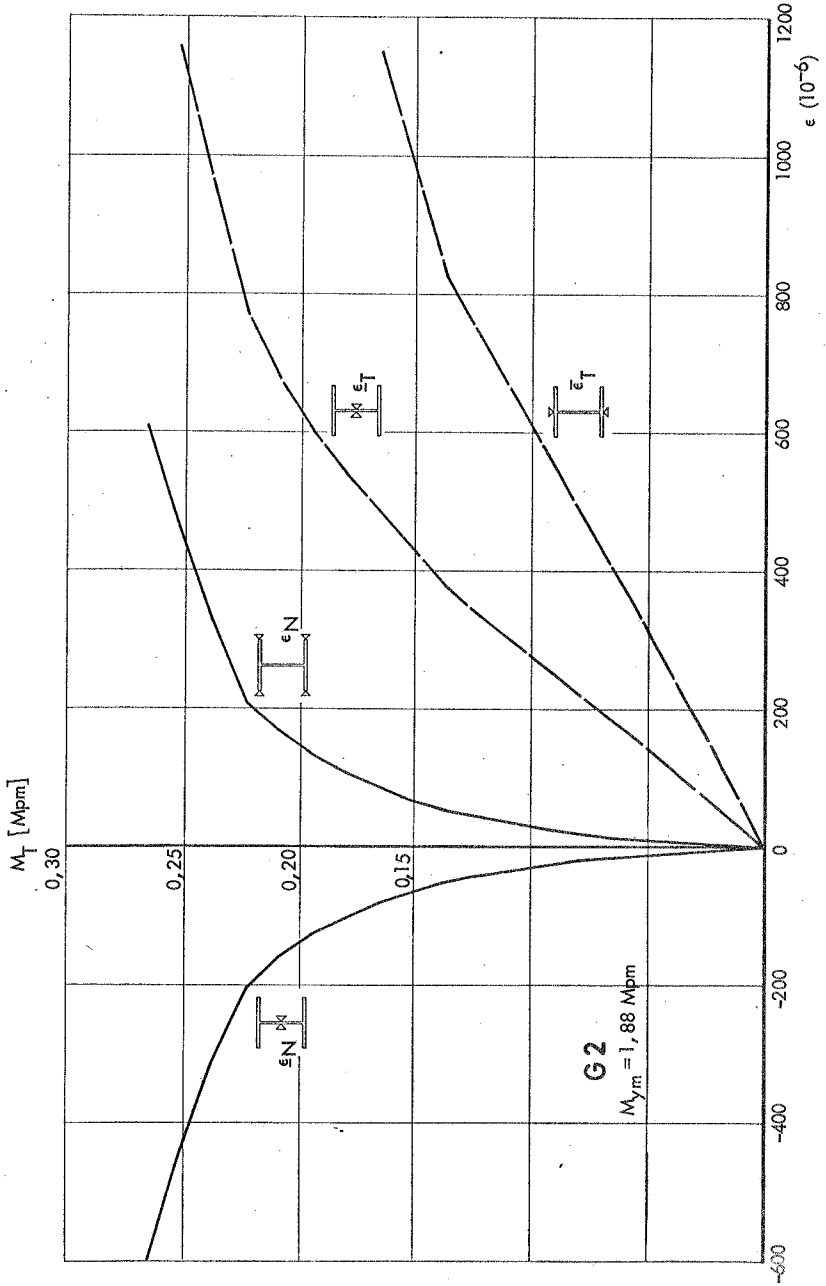
ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{ym} = 0$, StV)
 Dehnungen ϵ_T infolge M_T^K (St. Venant'sche Torsion); ϵ_N infolge M_T^K (Schaublinieneffekt)

F 2
 $M_{ym} = 0$

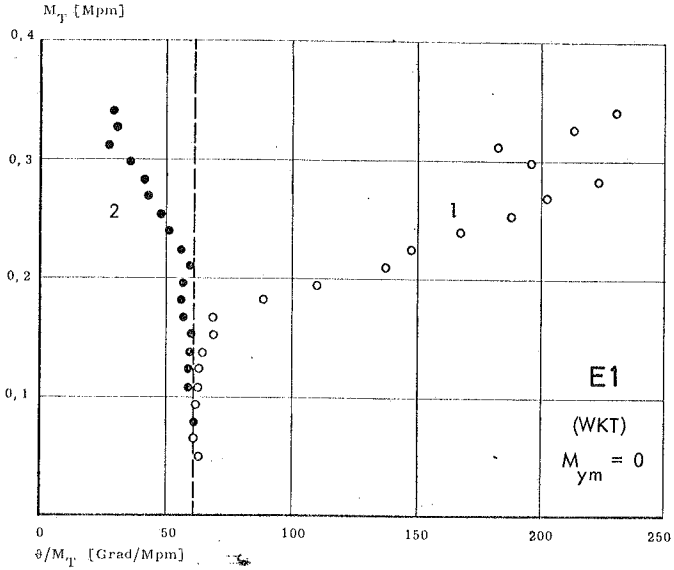
reine
 St. Venant'sche
 Torsion



ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{y,m} = \text{const.}$, StV)
Dehnungen ϵ_T infolge M_T^I (St. Venant'sche Torsion), ϵ_N infolge M_T^K (Schraublinieneffekt)

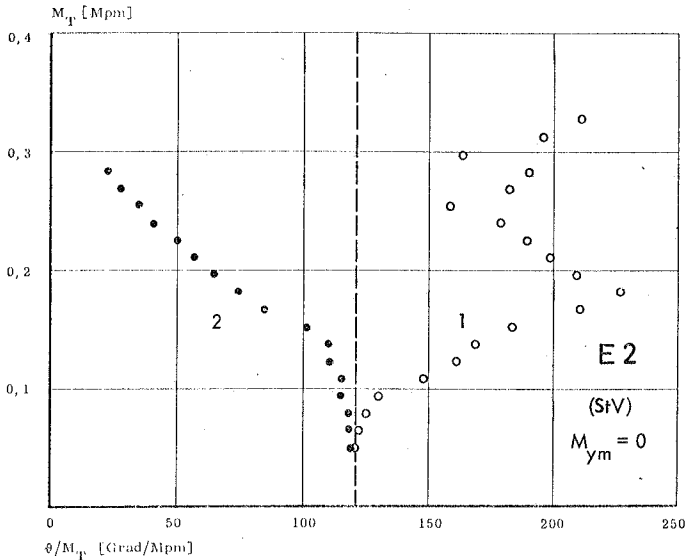


ERGEBNISSE DER DEHNUNGSMESSUNGEN ($M_{ym} = \text{const.}, \text{SNV}$)
Dehnungen ϵ_T infolge M_T^I (St. Verantwtsche Torsion), ϵ_N infolge M_T^K (Schraubliniereffekt)

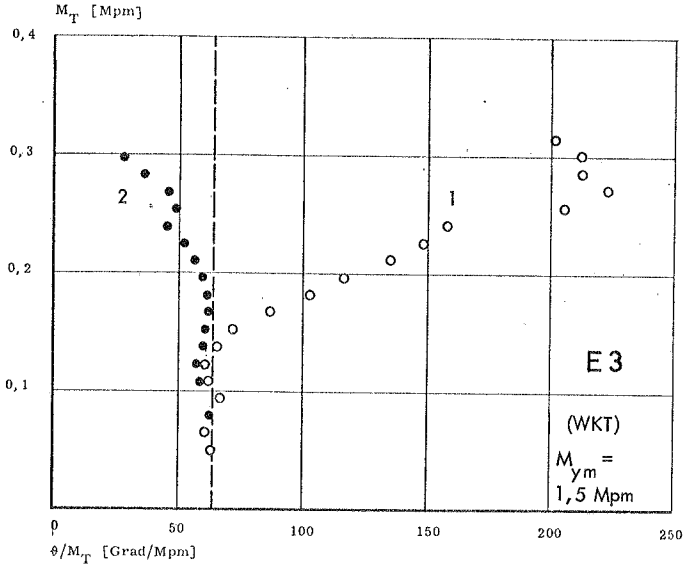


1 bezogener Zuwachs der Endverdrehung ($\frac{\Delta\phi}{\Delta M_T}$)

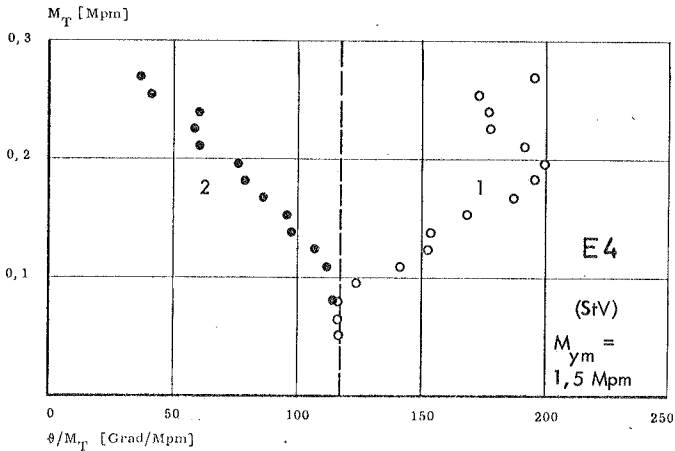
2 bezogener "elastischer" Endverdrechungszuwachs ($\frac{\Delta\phi - \Delta\phi_{\text{bleibend}}}{\Delta M_T}$)



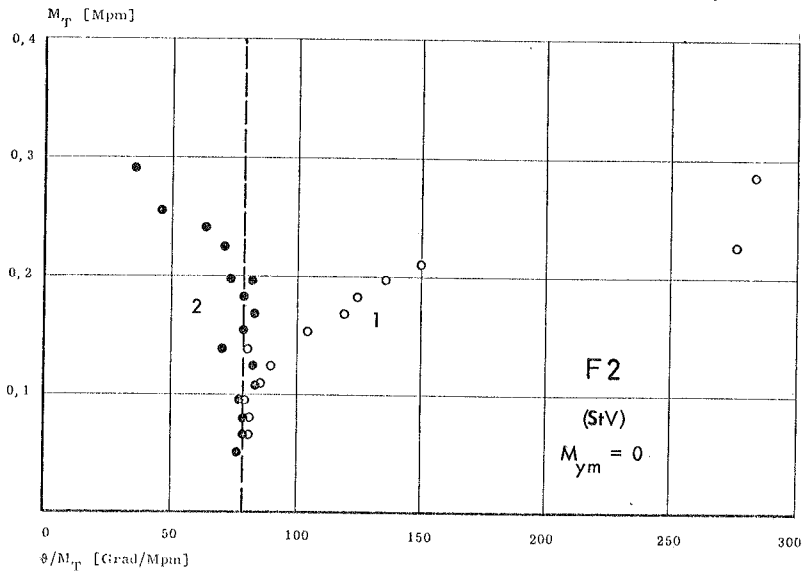
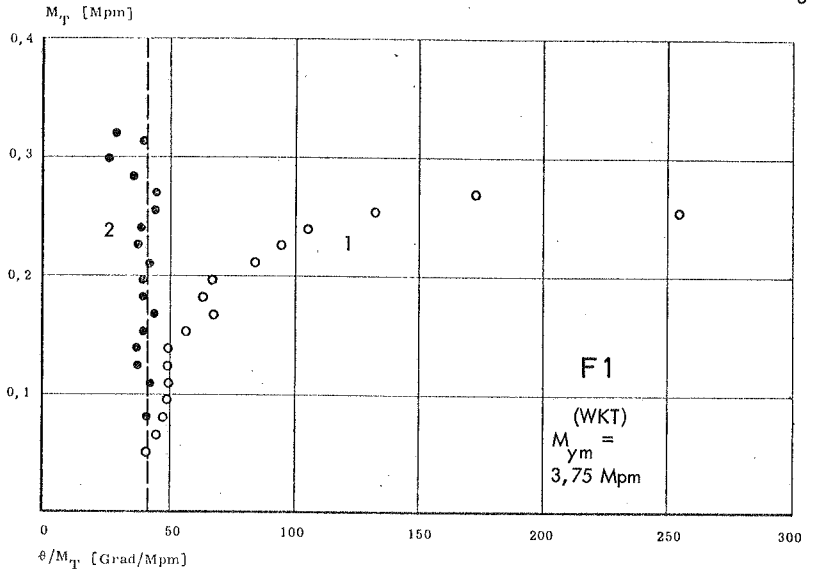
EINFLUSS DES SCHRAUBLINIENEFFEKTES AUF DIE VERDREHVERFORMUNGEN



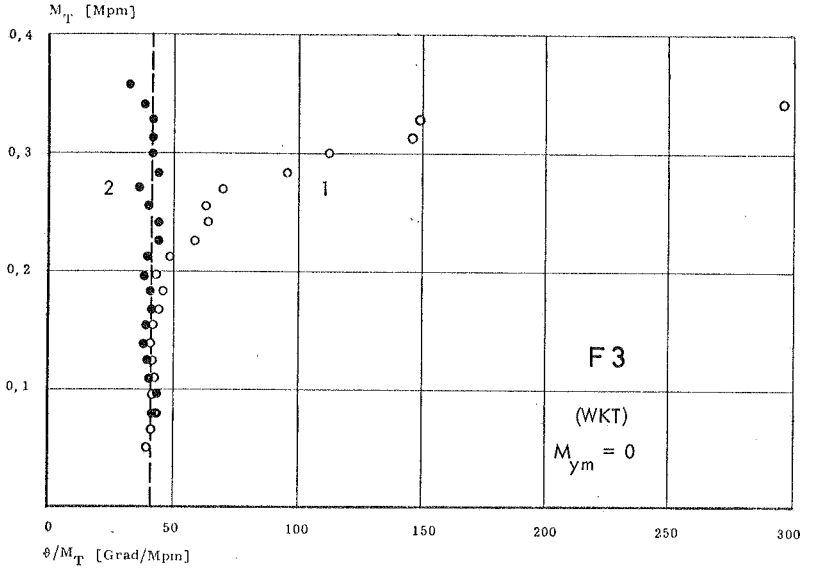
- 1 bezogener Zuwachs der Endverdrehung ($\frac{\Delta\vartheta}{\Delta M_T}$)
- 2 bezogener "elastischer" Endverdrehungszuwachs ($\frac{\Delta\vartheta - \Delta\vartheta_{\text{bleibend}}}{\Delta M_T}$)



EINFLUSS DES SCHRAUBLINIENEFFEKTES AUF DIE VERDREHVERFORMUNGEN

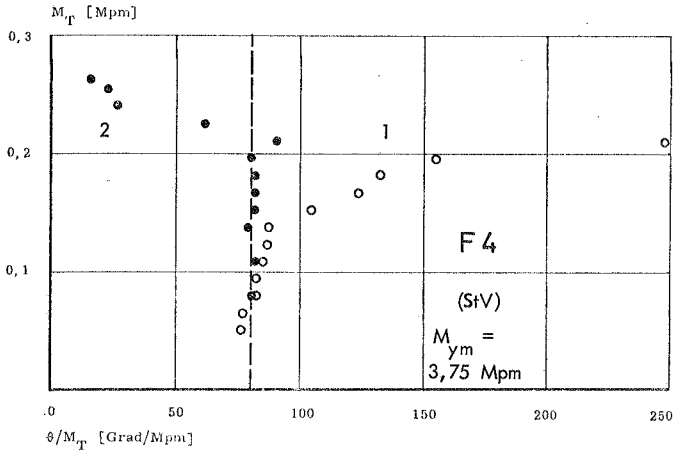


EINFLUSS DES SCHRAUBLINIENEFFEKTES AUF DIE VERDREHVERFORMUNGEN

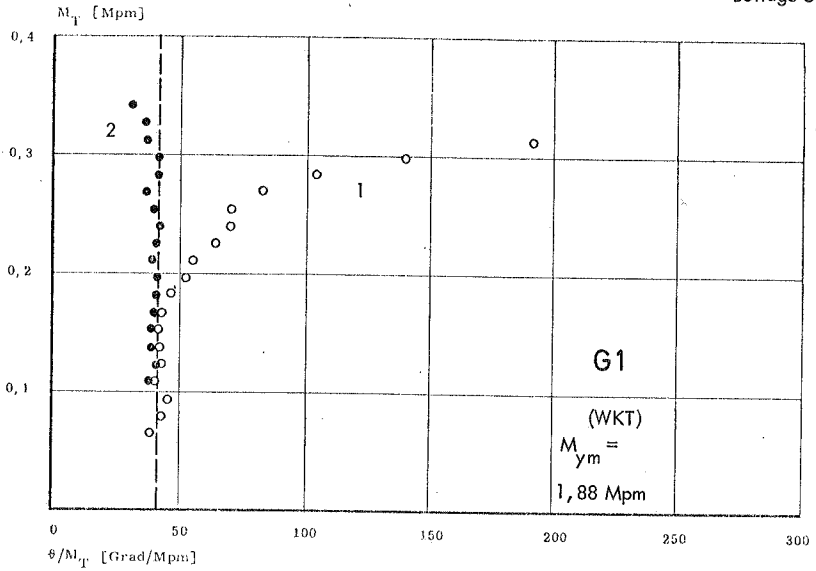


1 bezogener Zuwachs der Endverdrehung ($\frac{\Delta\vartheta}{\Delta M_T}$)

2 bezogener "elastischer" Endverdrehungszuwachs ($\frac{\Delta\vartheta - \Delta\vartheta_{bleibend}}{\Delta M_T}$)

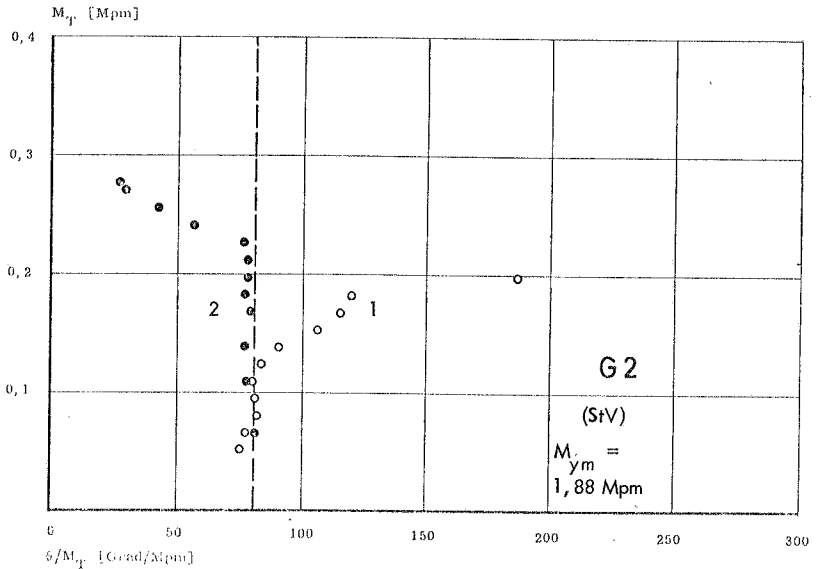


EINFLUSS DES SCHRAUBLINIENEFFEKTES AUF DIE VERDREHVERFORMUNGEN



1 bezogener Zuwachs der Entverdrehung ($\frac{\Delta\phi}{\Delta M_T}$)

2 bezogener "elastischer" Endverdrechungszuwachs ($\frac{\Delta\phi - \Delta\phi_{\text{bleibend}}}{\Delta M_T}$)



Folgende Berichte sind bereits erschienen :

- 74 - 1 M.Becker, J.Bühler, G.Lang - Lendorff, K.Papailiou, J.Sättele
KONTAKTKURS EDV IM KONSTRUKTIVEN INGENIEURBAU
- 74 - 2 G.Werner
EXPERIMENTELLE UND THEORETISCHE UNTERSUCHUNGEN
ZUR ERMITTLUNG DES TRAGVERHALTENS BIEGE- UND VER-
DREHBEANSPRUCHTER STÄBE MIT I - QUERSCHNITT.
- 74 - 3 K.Tompert
BERECHNUNG KREISZYLINDRISCHER SILOS AUF ELASTISCHER
UNTERLAGE